

# Logarithmen

## Definition & Zweck des Logarithmus:

$$a^x = b \quad \text{ist gleichbedeutend mit} \quad \log_a b = x \quad (\text{sprich: Logarithmus zu Basis } a \text{ von } b \text{ gleich } x)$$

D.h. man kann mit Hilfe des Logarithmus die Exponentialgleichung  $a^x = b$  nach  $x$  auflösen. Das ist auch der Grund, weshalb wir den Logarithmus überhaupt benötigen.

## Logarithmen im Kopf ausrechnen:

Um den Wert des Logarithmus  $\log_a b$  im Kopf ausrechnen zu können, stellen wir immer die Frage:

"a hoch wie viel ergibt b?"

Um diese Frage beantworten zu können, müssen wir  $b$  als Potenz mit Basis  $a$  schreiben. Falls dies nicht gelingt, kann der Logarithmus nicht im Kopf berechnet werden und man nimmt den Taschenrechner zu Hilfe.

Beispiele:

- $\log_2 64 = \underline{6}$       denn:  $64 = 2^6$
- $\log_3 \frac{1}{27} = \underline{-3}$       denn:  $\frac{1}{27} = \frac{1}{3^3} = 3^{-3}$
- $\log_2 (4\sqrt{2}) = \underline{\frac{5}{2}}$       denn:  $4\sqrt{2} = 2^2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{2+\frac{1}{2}} = 2^{\frac{5}{2}}$
- $\log_a \sqrt{a^3} = \underline{\frac{3}{2}}$       denn:  $\sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}}$

## Logarithmen mit dem Taschenrechner berechnen:

Taschenrechner haben nicht zu jeder beliebigen Basis eine Logarithmusfunktion. Normalerweise hat es aber einen Logarithmus zur Basis 10 LOG. Mit Hilfe des Basiswechselsatz können wir damit jedoch auch beliebige andere Logarithmen berechnen:

$$\log_a b = \frac{\log_{10} b}{\log_{10} a}$$

Beispiele:

- $\log_{10} 5 = \underline{0.69897}$       Taschenrechner:  $\log(5)$
- $\log_7 25 = \underline{1.65417}$       Taschenrechner:  $\log(25)/\log(7)$
- $\log_{5.1} 0.2 = \underline{-0.98785}$       Taschenrechner:  $\log(0.2)/\log(5.1)$

## Terme mit Logarithmen umformen, vereinfachen:

Gesetze:

$$(I) \log_a (u \cdot v) = \log_a u + \log_a v \quad (II) \log_a \left(\frac{u}{v}\right) = \log_a u - \log_a v \quad (III) \log_a (b^n) = n \cdot \log_a b$$

Weitere hilfreiche Regeln:

$$\log_a (a^n) = n \quad a^{\log_a b} = b \quad \log_a a = 1 \quad \log_a 1 = 0$$

Beispiele:

- Vereinfachen:  $\sqrt{a^{\log_a 5}} = \left(a^{\frac{1}{2}}\right)^{\log_a 5} = a^{\frac{1}{2} \log_a 5} = \left(a^{\log_a 5}\right)^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{2}} = \underline{\sqrt{5}}$
- zu einem Log. zusammenfassen:  $3 \log_a b + 2 \log_a c - 4 \log_a d = \log_a b^3 + \log_a c^2 - \log_a d^4 = \log_a \frac{b^3 \cdot c^2}{d^4}$
- in einfache Log. zerlegen:  $\log_a \frac{2b^2}{c^3} = \log_a 2 + \log_a b^2 - \log_a c^3 = \log_a 2 + 2 \log_a b - 3 \log_a c$