

Eidgenössische Maturitätsprüfung

Mathematik Normales Niveau

Herbst 1993, Basel



www.mathenachhilfe.ch
info@mathenachhilfe.ch
079 703 72 08

- Jede Aufgabe wird mit 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 müssen mindestens 45 Punkte erzielt werden.
- Zeitbudget: 5 mal 48 Minuten

Aufgabe 1

Die Funktion $f(x) = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x$ und die Gerade mit der Gleichung $y = -\frac{1}{2}x$ sind gegeben.

- Berechne die Nullstellen, die Extremalstellen und den Wendepunkt von f und stelle f und die Gerade grafisch dar.
- Beweise, dass die Gerade die Funktion f berührt.
- Berechne den Inhalt der Fläche, welche die Gerade und f zusammen begrenzen.
- Es gibt noch eine zweite Ursprungsgerade, welche zusammen mit f genau ein Flächenstück von endlichem Inhalt begrenzt. Wie gross ist die Steigung?

Aufgabe 2

Von einem Dreieck ABC kennt man die Ecken $A(-3/-9)$ und $B(21/1)$ während die Ecke C auf der Geraden mit der Gleichung $\vec{r} = \begin{pmatrix} -12 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 12 \\ 5 \end{pmatrix}$ liegt.

- Warum hat die Lage von C auf der Geraden g keinen Einfluss auf den Flächeninhalt des Dreiecks ABC ? Berechne diesen Flächeninhalt.
- Das Dreieck ABC soll nun rechtwinklig sein mit der Seite AB als Hypotenuse. Berechne die möglichen Ecken C (Resultate auf 2 Dezimalstellen runden).
- Konstruiere das Dreieck ABC derart, dass der Winkel bei C 30° beträgt.

Aufgabe 3

Gegeben ist die Funktion $f(x) = 2 \ln x$ auf dem Intervall $[1, e]$.

- Gib die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} von f an, und zeichne die Graphen beider Funktionen im Koordinatensystem.
Welches Intervall wird durch die Umkehrfunktion f^{-1} auf das Intervall $[1, e]$ abgebildet?
 - Bestimme für den allgemeinen Punkt $P(u/2 \ln u)$ des Graphen von f die Gleichung der Kurventangente.
 - Jede Tangente im Intervall $[1, e]$ des Graphen von f begrenzt mit der x -Achse und den beiden Vertikalen $x = 1$ und $x = e$ eine Trapezfläche. Welche dieser Tangenten ergibt ein Trapez mit extremalem Flächeninhalt? Kläre ab, ob dieser Extremalwert ein Maximum oder Minimum ist.
-

Aufgabe 4

Die Gerade $\vec{r} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ sowie die Punkte $A(5/-2)$ und $B(14/10)$ sind gegeben.

- Bestätige, dass A und B auf g liegen.
 - Berechne die Punkte auf g , welche von A doppelt so weit entfernt sind wie von B .
 - Zeige, dass die Menge aller Punkte $P(x/y)$ der Ebene, welche von A doppelt so weit entfernt sind wie von B , einen Kreis k darstellt.
Berechne den Mittelpunkt und den Radius dieses Kreises k .
 - Wie viele Kreise gibt es, die beide Koordinatenachsen und den in c) gefundenen Kreis k berühren? Berechne Mittelpunkt und Radius des kleinsten von ihnen. (Falls in c) der Kreis k nicht gefunden wurde, kann anstatt k der Kreis mit dem Mittelpunkt $M(11/13)$ und dem Radius $R = 5$ verwendet werden.)
-

Aufgabe 5

5.1 In welchem Abstand vom Erdmittelpunkt befindet sich ein Satellit, wenn die Erdkugel unter einem Winkel von 10° erscheint? (Erdradius $R_E = 6370$ km)

Welcher Bruchteil der Erdoberfläche ist aus dieser Entfernung sichtbar?

5.2 Ein idealer Würfel wird dreimal geworfen.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Augenzahl beim dritten Wurf gleich der Summe der Augenzahlen der beiden ersten Würfe?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit beträgt die Summe der drei Augenzahlen 15?