

# Eidgenössische Maturitätsprüfung

## Mathematik Normales Niveau

### Herbst 1994, St. Gallen



www.mathenachhilfe.ch  
info@mathenachhilfe.ch  
079 703 72 08

- Für jede Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Resultate sollen nach Möglichkeit exakt angegeben werden, d.h. Wurzeln, gekürzte Brüche,  $\pi$ , ... stehenlassen. Dezimalbrüche sind auf 3 wesentliche Ziffern zu runden.
- Jede Aufgabe wird mit 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 braucht die maximale Punktzahl nicht erreicht zu werden.

#### Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion  $f(x) = \frac{x^3 - 8}{x^2}$ .

- Bestimme die Gleichungen der Asymptoten, die Koordinaten des Extremums und skizziere den Kurvenverlauf (Einheit 1 cm).
- Die Kurve begrenzt im 1. Quadranten mit der  $x$ -Achse und einer Asymptote eine ins unendlich reichende Fläche. Berechne den endlichen Inhalt dieser Fläche.
- Berechne die  $x$ -Koordinate derjenigen Kurvenpunkte, deren Abstand vom Ursprung minimal ist.

#### Aufgabe 2

2.1 Die drei Punkte  $A(4/0)$ ,  $B(5/7)$  und  $C(-4/4)$  bestimmen ein Dreieck.

- Wie gross ist dessen Fläche?
- Wie lautet die Gleichung des Umkreises dieses Dreiecks?
- Die drei Punkte lassen sich auf drei Arten zu einem Parallelogramm ergänzen (Orientierung beliebig).  
Wie lauten die Koordinaten der neuen Eckpunkte  $D_1$ ,  $D_2$  und  $D_3$  ?

2.2 Zwei Zylindrische Glasgefässe haben den Innendurchmesser  $2R$ , die Höhe  $H$  und seien zur Hälfte mit Wasser gefüllt.

- In das eine Gefäss wirft man eine Metallkugel vom Radius  $R$ , ins andere vier Metallkugeln vom Radius  $0.5R$ . In welchem Gefäss steigt das Wasser höher? Berechne den Niveauunterschied.
- In einem anderen Versuch stellt man einen Metallzylinder (Radius  $x$ , Höhe  $H$ ) in einen der beiden Glaszylinder. Dabei steigt das Wasser genau bis zum oberen Rand.  
Wie gross ist  $x$  ?

### Aufgabe 3

- 3.1 Die Koordinatengleichung  $y^2 = x^2$  und die Funktion  $y = ax^2$  begrenzen eine 2-teilige Figur mit endlichem Flächeninhalt.
- Zeichne diese Figur für  $a = \frac{1}{2}$ . Einheit 2 cm.
  - Wie gross muss  $a$  sein, damit der Flächeninhalt 6 Einheiten beträgt?
- 3.2 Betrachte die Exponentialfunktion  $y = e^x$  mit Punkt  $P(u/e^u)$  samt zugehöriger Tangente  $t$ . Die Parallele zur  $x$ -Achse durch  $P$  bildet zusammen mit der  $y$ -Achse und der Tangente ein rechtwinkliges Dreieck.
- Bestimme  $u$  so, dass diese Dreiecksfläche extremal wird.
- 

### Aufgabe 4

Zwei Geraden  $g$  und  $h$  sowie der Punkt  $P(-3/7)$  sind gegeben. Von  $g$  kennt man die Normalengleichung  $3x + 4y + 6 = 0$ ; von  $h$  sei die Parametergleichung gegeben:

$$h : \vec{r} = \begin{pmatrix} 12 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Berechne den Abstand des Punktes  $P$  von der Geraden  $g$ .
  - $P$  sei Ecke eines Rechtecks  $PQRS$ , wobei  $Q$  auf  $h$  und die Punkte  $R$  und  $S$  auf  $g$  liegen. Wie gross ist der Flächeninhalt dieses Dreiecks?
  - Stelle die Normalengleichung derjenigen Winkelhalbierenden von  $g$  und  $h$  auf, die nicht im Winkelfeld von  $P$  liegt.
- 

### Aufgabe 5

- 5.1 In einer Urne liegen 5 schwarze und eine rote Kugel. Man zieht jeweils eine Kugel; ist sie rot, legt man sie wieder zurück, ist sie schwarz, entfernt man sie und legt eine rote Kugel in die Urne zurück. Es wird dreimal nach dieser Vorschrift gezogen.
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau eine rote Kugel gezogen wird?
  - Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine rote Kugel dabei ist?
  - Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens eine schwarze Kugel gezogen wird?
- 5.2 Ein Kreissektor sei durch seinen Zentriwinkel  $2\alpha$  und den Radius  $R$  gegeben. Berechne die Seite des einbeschriebenen Quadrates, von dem 2 Ecken auf dem Kreisbogen und je eine weitere auf einem Schenkel liegen sollen. (Falls die Aufgabe für den allgemeinen Winkel  $\alpha$  nicht gelöst werden kann, kann  $\alpha = 45^\circ$  gewählt werden.)