

# Eidgenössische Maturitätsprüfung

## Mathematik Normales Niveau

### Herbst 1996, St. Gallen



www.mathenachhilfe.ch  
info@mathenachhilfe.ch  
079 703 72 08

- Bei jeder Aufgabe soll mit einer neuen Seite begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Resultate sollen nach Möglichkeit exakt angegeben werden, d.h. Wurzeln, gekürzte Brüche,  $\pi$ , ... stehenlassen. Dezimalbrüche sind auf 3 wesentliche Ziffern zu runden.
- Jede Aufgabe wird mit gleich vielen Punkten bewertet. Für die Note 6 braucht die maximale Punktzahl nicht erreicht zu werden.

#### Aufgabe 1

Die  $x$ -Achse schneidet von der Parabel mit der Gleichung  $y = 4 - x^2$  ein endliches Flächenstück (ein sogenanntes Parabelsegment) ab.

- In welchem Verhältnis teilt die Gerade  $y = 3x$  diese Fläche?
- Diesem Parabelsegment ist das gleichschenklige Dreieck umzubeschreiben, dessen Basis auf der  $x$ -Achse liegt und dessen Fläche minimal ist.  
Gib die Koordinaten dieses Dreiecks an.

#### Aufgabe 2

Betrachte die Funktion  $y = \frac{1}{4}x^2 - 2$ .

Von einer ganzrationalen Funktion dritten Grades weiss man, dass sie die gegebene Parabel im Scheitel berührt und bei  $x = 4$  ein relatives Maximum hat, das zugleich auf der gegebenen Parabel liegt.

- Wie lauten die Gleichungen der gesuchten Funktion?  
Erstelle eine Skizze beider Funktionen (Einheit 1 cm, verschiedene Farben).
- Berechne die Nullstellen der gesuchten Funktion.
- Nun werden von dieser Funktion dritten Grades die Beträge der Funktionswerte genommen.  
Wie lautet die jetzt ihre Gleichung?  
Trage den neuen Kurvenverlauf ebenfalls in die Skizze ein und gib die Koordinaten aller relativen Extrempunkte an.

### Aufgabe 3

3.1 Dem Kreis  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$  ist das Quadrat einzubeschreiben, von dem eine Diagonale parallel zum Vektor  $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  verläuft.

Berechne die Koordinaten der Ecken und die Fläche des Quadrates.

3.2 Der Vektor  $\begin{pmatrix} 2 \\ 19 \end{pmatrix}$  ist eine Komponente parallel zum Vektor  $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$  und die dazu senkrechte zu zerlegen. Gib diese Komponenten vektoriell an.

---

### Aufgabe 4

4.1 Vom Ursprung werden die Tangenten an den Graphen der Funktion  $y = 2^x$  und deren Umkehrfunktion gelegt.

a) Wie lautet die Gleichung der Umkehrfunktion? Skizziere die beiden Kurven samt Tangenten. (Längeneinheit 2 cm)

b) Berechne den Winkel, den die beiden Tangenten miteinander einschliessen.

4.2 Es werden gleichzeitig zwei Würfel geworfen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, ...

a) ... dreimal hintereinander zwei gleiche Augenzahlen zu werfen?

b) ... bei drei Würfeln höchstens einmal zwei gleiche Augenzahlen zu werfen?

Vom Ursprung werden die Tangenten an den Graphen der Funktion  $y = 2^x$  und deren Umkehrfunktion gelegt.

a) Wie lautet die Gleichung der Umkehrfunktion? Skizziere die beiden Kurven samt Tangenten. (Längeneinheit 2 cm)

b) Berechne den Winkel, den die beiden Tangenten miteinander einschliessen.

---

### Aufgabe 5

5.1 Die Höhe eines geraden Kreiskegels ist das vierfache seines Inkugelradius  $r$ .

a) Berechne den Grundkreisradius dieses Kegels.

b) In welchem Verhältnis stehen die Volumina von Kegel und Inkugel?

5.2 Die Oberfläche eines Kugelsektors werde durch die Randkreisebene halbiert. Berechne den halben Öffnungswinkel des zugehörigen Kegels. Der Kugelradius kann als 1 angenommen werden.