

Eidgenössische Maturitätsprüfung

Mathematik Normales Niveau

Herbst 1997, Basel



www.mathenachhilfe.ch
info@mathenachhilfe.ch
079 703 72 08

- Bei jeder Aufgabe soll mit einer neuen Seite begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Resultate sollen nach Möglichkeit exakt angegeben werden, d.h. Wurzeln, gekürzte Brüche, π , ... stehenlassen. Dezimalbrüche sind auf 3 wesentliche Ziffern zu runden.
- Die Lösung jeder Aufgabe wird mit 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 braucht die maximale Punktesumme nicht erreicht zu werden.

Aufgabe 1

Die Funktionen $f(x) = \frac{8x - 4}{x^2}$ und $g(x) = 2(1 - 2x)e^{-x}$ sind gegeben.

- Bestimme Nullstellen, Asymptoten, Extrema, Wendepunkte von f und g und zeichne ihre Graphen im gleichen Koordinatensystem (Einheit: 1 cm).
- Zeige, dass $G(x) = 2(1 + 2x)e^{-x}$ eine Stammfunktion von g ist.
- Bestimme den Inhalt der Fläche, welche zwischen $x = 10$ und den Kurven f und g eingeschlossen ist.

Aufgabe 2

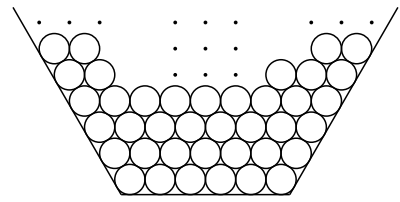
Die Parabel $p: x^2 - 8x - 4y = 0$ ist gegeben.

- Bestimme bei der Funktion $y = a \cdot \sqrt{x}$ den Parameter a so, dass ihr Graph die Parabel p bei $x = 9$ schneidet. Zeichne beide Kurven ins gleiche Koordinatensystem (Einheit 1 cm).
- Unter welchem Winkel schneiden sich die beiden Kurven?
- Dem von der Parabel p und der x -Achse begrenzten Flächenstück wird ein rechtwinkliges Dreieck OPQ mit dem rechten Winkel bei Q einbeschrieben. O ist der Ursprung des Koordinatensystems, P liegt auf der Parabel p , Q auf der x -Achse. Bestimme die Koordinaten des Punktes P so, dass der Flächeninhalt des Dreiecks OPQ maximal wird.

Aufgabe 3

Ein gleichschenkliges Trapez ist so beschaffen, dass man ihm schichtweise Kreise mit dem Radius $r = 10$ cm einbeschreiben kann:

- insgesamt sind es 1020 Kreise
- die unterste Schicht enthält 6 Kreise, jede folgende Schicht enthält einen Kreis mehr als die darunterliegende
- benachbarte Kreise berühren sich bzw. die Trapezseiten (siehe Figur).



- Wie viele Schichten sind es?
 - Welche Höhe hat das Trapez?
-

Aufgabe 4

Vom Dreieck ABC kennt man folgendes: $A(5/8)$, $B(-4/-4)$; der Umfang beträgt 32 Einheiten; $b = \overline{AC}$ ist um 9 Einheiten länger als $a = \overline{BC}$.

- Wie lange sind die Seiten a, b, c ?
 - Welche Koordinaten hat die Ecke C ?
 - Wie gross ist der Winkel $\gamma = \angle BCA$?
-

Aufgabe 5

Am Basketballtraining nehmen die Spieler A, B und C teil; sie üben Freiwürfe. Dabei treffen sie mit den Wahrscheinlichkeiten $\frac{2}{3}$ für A , $\frac{3}{5}$ für B und $\frac{3}{4}$ für C .

- Jeder wirft einmal. Berechne die Wahrscheinlichkeit, ...
 - ... dass es mindestens einen Treffer gibt.
 - ... dass es genau einen Treffer gibt.
 - Die Spieler werfen in der Reihenfolge $ABCABCABC$ höchstens je drei Würfe; sie hören auf, sobald einer der Spieler einen Treffer erzielt hat. Berechne die Wahrscheinlichkeit, ...
 - ... dass dieser Treffer von B stammt.
 - ... dass einer der ersten vier Würfe ein Treffer ist.
-

Aufgabe 6

Einem regulären Fünfeck mit der Seitenlänge 30 cm wird der Inkreis einbeschrieben, diesem Kreis wird nun wieder ein zweites Fünfeck einbeschrieben, diesem wieder ein Kreis, ... , usw. ... ohne Ende. Berechne ...

- ... den Flächeninhalt des ersten Fünfecks.
- ... den Flächeninhalt des zehnten Fünfecks.
- ... die Summe der Flächeninhalte aller Fünfecke.