

Eidgenössische Maturitätsprüfung

Mathematik Normales Niveau

Frühling 2000, Bern



www.mathenachhilfe.ch
info@mathenachhilfe.ch
079 703 72 08

- Für jede Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Resultate können als Dezimalbrüche angegeben werden. Runde in solchen Fällen das Endergebnis auf drei Stellen nach dem Komma.
- Punkteverteilung:

Aufgabe	1	2.1	2.2	3	4	5.1	5.2
Punkte	10	4	6	10	10	5	5

Aufgabe 1

Zwei reelle Funktionen f_1 und f_2 seien für $0 \leq x \leq 1$ durch

$$f_1(x) = \frac{1}{e-1} \cdot (e^x - 1) \quad \text{und} \quad f_2(x) = x - f_1(x)$$

definiert. (e ist die Eulersche Zahl.)

- Stelle die zu diesen Funktionen gehörenden Kurven k_1 und k_2 im gleichen kartesischen Koordinatensystem dar (Längeneinheit: 10 cm).
- Wie lautet die Gleichung der Tangente an die Kurve k_1 im Punkt P mit der Abszisse 1?
- Berechne $I = \int_0^1 f_2(x) dx$.
- Schraffiere in der Figur ein Flächenstück, dessen Inhalt I beträgt.

Aufgabe 2

Die beiden Teilaufgaben sind voneinander unabhängig.

2.1 Von einem Trapez $ABCD$ mit den parallelen Seiten $a = \overline{AB} = 9$ cm und $c = \overline{CD} = 4$ cm sind noch der Winkel $\sphericalangle(BDA) = \alpha = 55^\circ$ und die Diagonale $f = \overline{BD} = 11$ cm gegeben.

Wie lang ist die Diagonale $e = \overline{AC}$?

2.2 Von einem Dreieck ABC kennt man die Seitenlänge $a = 7$ cm, die Länge der Höhe $h_b = 3$ cm und die Länge der Seitenhalbierenden $s_b = 3.9$ cm.

Wie lang sind die Seiten b und c ? (Es sind alle Lösungen gesucht.)

Aufgabe 3

Die Gerade g_1 mit der Steigung $m_1 = 0.75$ und die Gerade g_2 , welche zur Geraden g_3 mit der Gleichung $24x - 7y = 19$ senkrecht steht, gehen durch den Punkt $A(1/4)$.

- a) Wie gross ist der spitze Winkel φ , den die Geraden g_1 und g_2 einschliessen?
- b) Die Geraden g_1 und g_2 sind Tangenten eines Kreises k mit Radius $r = 5$. Der Kreis k liegt vollständig im ersten Quadranten.

Wie lautet die Gleichung dieses Kreises?

Aufgabe 4

Jeder von 4 Würfeln hat eine blaue, einer rote und vier schwarze Seitenflächen.

Die Würfel werden gleichzeitig geworfen und das von den obenliegenden Seitenflächen gebildete Farbmuster (kurz "Bild" genannt) betrachtet.

Beispiele: "2 rot, 1 blau, 1 schwarz"; "4 blau, 3 rot, 1 schwarz"; etc ...

4.1 Berechne die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

- a) Das Bild ist schwarz.
- b) Das Bild ist einfarbig.
- c) Das Bild ist rot-blau.
- d) Ein rot-blaues Bild besteht aus zwei roten und zwei blauen Seitenflächen.

4.2 Jetzt werden die Würfel siebenmal nacheinander geworfen.

Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei mindestens ein rot-blaues Bild erscheint?

Aufgabe 5

Die beiden Aufgaben sind voneinander unabhängig.

5.1 Für welche reellen Werte von k hat das Gleichungssystem

$$\left. \begin{array}{l} \text{(I)} \quad x - y = 1 \\ \text{(II)} \quad x^3 - y^3 = k \end{array} \right\}$$

mindestens eine reelle Lösung?

Für jeden in Frage kommenden Wert von k ist die Lösungsmenge des Systems anzugeben.

5.2 Eine Blechbüchse in Form eines geraden Kreiszyllinders soll 4 dl fassen. Wie muss man ihre Abmessungen (Radius und Höhe) wählen, damit ihre Oberfläche möglichst klein wird, d.h. damit man zur Herstellung möglichst wenig Blech braucht?