

Eidgenössische Maturitätsprüfung

Mathematik Normales Niveau

Herbst 2000, St. Gallen



www.mathenachhilfe.ch
info@mathenachhilfe.ch
079 703 72 08

- Für jede Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Resultate sollen nach Möglichkeit exakt angegeben werden, d.h. Wurzeln, gekürzte Brüche, π , ... stehenlassen. Dezimalbrüche sind auf 3 wesentliche Ziffern zu runden.
- Jede Aufgabe wird mit 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 braucht die maximale Punktzahl nicht erreicht zu werden.

Aufgabe 1

- 1.1 Einem Quadrat mit der Seitenlänge $2a$ ist ein quadratischer Parabelbogen so einzubeschreiben, dass er durch zwei benachbarte Ecken und die gegenüberliegende Seitenmitte geht und zu einer Mittelparallelen des Quadrates symmetrisch ist.
- Wähle die Lage des Quadrates im Koordinatensystem so, dass die Parabelgleichung eine möglichst einfache Form annimmt.
Wie lautet die Gleichung?
 - In welchem Verhältnis wird die Quadratfläche durch die Parabel geteilt?
- 1.2 Der Graph der Funktion $y = 2^{x-1}$ schliesst mit dem Graphen ihrer Umkehrfunktion ein endliches Flächenstück ein.
- Skizziere die Funktion. Wie lautet die Gleichung der Umkehrfunktion in expliziter Form?
 - Berechne den Inhalt der betrachteten Fläche.

Aufgabe 2

Die Funktion mit der Gleichung $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ ist gegeben.

- Skizziere den Graphen mit Hilfe der Extremal- und Wendepunkte.
- Bestimme die Koordinaten derjenigen Kurvenpunkte, deren Abstand vom Ursprung minimal ist und charakterisiere den Abstand des Kurvenpunktes bei $x = 0$ vom Ursprung.

Aufgabe 3

- 3.1 in einer Urne liegen 5 rote, 4 schwarze und 2 weisse Kugeln. Mit einem Griff werden 3 Kugeln gezogen.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind die 3 Kugeln gleichfarbig?
 - Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 2 Kugeln mit der gleichen Farbe dabei sind?
- 3.2 Betrachte die beiden Kurven $y = \sin x$ und $y = \cos 2x$ im Intervall $[0, 2\pi]$. Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte sowie die Schnittwinkel.
-

Aufgabe 4

Drei Kreise sind die folgenden Gleichungen gegeben:

$$x^2 + y^2 + 10x = 0 \quad x^2 + y^2 - 10x = 0 \quad x^2 + y^2 - 30y + 200 = 0$$

- Erstelle eine Skizze der Situation. (Einheiten mind. 2 Häuschen)
 - Bestimme die Gleichungen jenes Kreises der die drei gegebenen von aussen berührt. Beachte: Bei äusserer Berührung umschliesst kein Kreis den anderen.
 - Wie lauten die Koordinaten der Berührungspunkte und die Gleichungen der Berührtangenten?
-

Aufgabe 5

- 5.1 Eine halbkugelförmige Schale sei ganz mit Wasser gefüllt.
Welcher Bruchteil des Wassers fliesst aus, wenn die Schale um 30° geneigt wird?
- 5.2 \vec{a} und \vec{b} seien zwei aufeinander senkrecht stehende, gleichlange Vektoren. Die Vektoren \vec{p} und \vec{q} werden nach folgender Vorschrift gebildet:
- $$\vec{p} = 6\vec{a} + 8\vec{b}$$
- $$\vec{q} = 7\vec{b} - \vec{a}$$
- Wie gross ist der Winkel zwischen \vec{p} und \vec{q} ?