

Eidgenössische Maturitätsprüfung

Mathematik Normales Niveau

Frühling 2004, Zürich



www.mathenachhilfe.ch
info@mathenachhilfe.ch
079 703 72 08

- Jede Aufgabe soll mit einer neuen Seite begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Resultate sollen nach Möglichkeit exakt angegeben werden, d.h. Wurzeln, gekürzte Brüche, π , ... stehen lassen. Dezimalbrüche sind sinnvoll zu runden, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
- Die Punktverteilung pro Aufgabe ist:

Aufgabe	1a	1b	2a	2b	2c	3a	3b	4a	4b	4c	5a	5b	6a	6b
Punkte	5	3	2	4	2	4	3	2	3	3	3	4	3	4

Für die Maximalnote sind höchstens 40 Punkte zu erzielen. Die restlichen Punkte bis zur maximalen Punktzahl 45 entsprechen fakultativen Aufgaben.

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - ax^2$, a konstant, $a > 0$.

- a) Berechne für den Spezialfall $a = 3$ die Nullstellen und die Koordinaten der Extrempunkte. Skizziere damit den Graphen von f .

Gesucht ist die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 4. Grades, deren Graph g symmetrisch zur y -Achse verläuft, so dass alle Extrempunkte von f auch Extrempunkte von g sind. Skizziere g .

- b) Es sei nun a wieder beliebig. In der positiven Nullstelle von f wird die Tangente t an den Graphen von f gelegt. Wie ist a zu wählen, damit t durch den Punkt $P(0 | -8)$ verläuft?

Aufgabe 2

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 3x - 10}$.

Beweise oder widerlege folgende Aussagen. Die Antworten sind hinreichend zu begründen.

- a) f hat genau 3 Asymptoten.
- b) f hat genau einen Extrempunkt.
- c) f schneidet die Gerade $x + 2y = 0$ in genau 3 Punkten.

Aufgabe 3

Gegeben ist die Gerade g mit der Gleichung $y = 2x$

- Ein Kreis mit Mittelpunkt $M(7/-6)$ schneidet aus g eine Sehne PQ der Länge 16 heraus. Berechne die Koordinaten von P und Q .
 - Ein Kreis mit Radius 1 hat seinen Mittelpunkt im 1. Quadranten und berührt sowohl die x -Achse als auch g . Berechne die Koordinaten des Kreismittelpunkts.
-

Aufgabe 4

- Aus einer Urne, welche 10 rote und 13 schwarze Kugeln enthält, werden mit einem Griff 4 Kugeln genommen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau 2 schwarze Kugeln genommen wurden?
 - Wie oft sind drei Spielwürfel zu werfen, damit die Wahrscheinlichkeit, immer drei gerade Zahlen zu werfen, kleiner als 10^{-16} ist?
 - In einer Urne sind alle Kugeln entweder gelb oder blau. Total sind es 100 Kugeln. Es werden mit einem Griff zwei Kugeln genommen. Die Wahrscheinlichkeit, zwei verschiedenfarbige Kugeln zu nehmen, ist mindestens so gross wie die Wahrscheinlichkeit, zwei gelbe zu nehmen. Wie viele Kugeln sind in der Urne?
-

Aufgabe 5

- Gegeben sind die Punkte $A(2/0/0)$, $B(0/b/0)$ und $C(0/0/\frac{b}{2})$.
Für welche Werte von b hat das Dreieck ABC den Flächeninhalt $\sqrt{6}$?
 - Gegeben ist der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$. Gesucht ist ein Vektor \vec{b} parallel zur Geraden $y = -x + 3$, sodass $\vec{a} + \vec{b}$ senkrecht auf $\vec{a} - \vec{b}$ steht.
-

Aufgabe 6

- Von einem regelmässigen 9-Eck ist die Seitenlänge s gegeben. Berechne die längste Diagonale.
- Skizziere im Intervall $0 < x < \pi$ die Kurven f und g mit $f(x) = \sin x$ und $g(x) = k \cdot \cos x$. Dabei ist k eine positive Konstante. Berechne den Inhalt des Flächenstücks, welches von der positiven y -Achse und den Kurven f und g begrenzt ist, wenn f und g ihren Schnittpunkt auf der Geraden $y = 0.5$ haben,