

Passerelle Mathematik Herbst 2005, Basel



www.mathenachhilfe.ch
info@mathenachhilfe.ch
079 703 72 08

- Dauer: 4 Stunden
 - Für jede Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden.
 - Resultate sollen nach Möglichkeit exakt angegeben werden, d.h. Wurzeln, gekürzte Brüche, π , ... stehenlassen. Dezimalbrüche sind auf 3 wesentliche Ziffern zu runden.
 - Jede Aufgabe wird mit je maximal 10 Punkten bewertet. Die maximale Punktesumme braucht für die Note 6 nicht erreicht zu werden.
-

Aufgabe 1

Bestimme die Punkte des Graphen von $f(x) = 8x^3 - 12x^2 + 3$, $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ mit horizontaler Tangente und skizziere den Graphen.

Berechne den Flächeninhalt der beschränkten Fläche, welche vom Graphen von $f(x)$ und seiner Tangente im Tiefpunkt begrenzt wird.

Aufgabe 2

Sanguinetti besitzt einen gezinkten Würfel, bei welchem die Augenzahl 6 mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{4}$, die Augenzahl 1 mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{12}$ erscheint. Die übrigen Augenzahlen haben gleiche Wahrscheinlichkeit (je $\frac{1}{6}$).

- Berechne die Wahrscheinlichkeit, dreimal hintereinander die gleiche Zahl zu würfeln.
- Corleone hat in zwei Würfeln total 5 Augen geworfen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine 1 dabei war?
- Wie oft muss Vanzetti würfeln, um mit einer Wahrscheinlichkeit $p \geq 0.995$ mindestens einmal eine 6 zu würfeln?

Aufgabe 3

Gegeben ist die Parabelschar $f_k(x) = kx - k^2x^2$ ($k \in \mathbb{R}, k > 0$).

- Zeichne in einem Koordinatensystem mit der Einheit 10 cm die Parabeln für $k = 1$ und $k = 4$.
 - Bestimme allgemein (d.h. in Abhängigkeit von k) die Nullstellen und Extremalstellen der Parabeln.
 - Zeige, dass die Parabelscheitel in Abhängigkeit von k auf einer Geraden liegen.
 - Bestimme k derart, dass $\frac{1}{4}$ der Inhalt derjenigen beschränkten Fläche ist, die von der Parabel mit der x -Achse eingeschlossen wird.
-

Aufgabe 4

Von einem Sehnenviereck (ein Viereck mit Umkreis) $ABCD$ kennen wir $a = \overline{AB} = 5$, $c = \overline{CD} = 4.3$, die Diagonale $\overline{AC} = e = 5.4$ und den Winkel $\beta = 94^\circ$ in Ecke B .

Suche die Längen der Seiten b, d und den Winkel α in Ecke A .

Aufgabe 5

- Gegeben sind die Gerade g und die Ortsvektoren \vec{a} und \vec{b} durch

$$g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 11 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{a} = \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Dabei ist O der Koordinatenursprung.

- Bestimme den Abstand der Geraden g vom Ursprung und den Fusspunkt F dieses Abstands.
 - Stelle den Vektor $\vec{f} = \overrightarrow{OF}$ als Linearkombination von \vec{a} und \vec{b} dar.
- Die Flächeninhalte zweier Kreis k_1 mit Mittelpunkt $M_1(-5/0)$ und k_2 mit Mittelpunkt $M_2(4/12)$ verhalten sich wie 4 : 1.

Die beiden Kreisflächen besitzen einen gemeinsamen Punkt T . Bestimme T und die Gleichung der gemeinsamen Kreistangente in T .

Aufgabe 6

Wie müssen wir Quadratseite und Höhe einer geraden quadratischen Pyramide wählen, wenn die Oberfläche 200 beträgt und das Volumen maximal werden soll?