Folgen und Reihen

Arithmetisch:

Folge: $a_0 \xrightarrow{+d} a_1 \xrightarrow{+d} a_2 \xrightarrow{+d} \dots$

endliche Reihe: $s_n = \sum_{k=0}^{n} a_k = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$

unendliche Reihe: $s = \sum_{k=0}^{\infty} a_k = a_0 + a_1 + a_2 + \dots$

$$\boxed{a_n = a_0 + n \cdot d}$$

$$\boxed{s_n = (n+1) \cdot \frac{a_0 + a_n}{2} = \frac{n+1}{2} \cdot (a_0 + n \cdot d)}$$

s existiert nicht, Reihe divergiert

Geometrisch:

Folge: $a_0 \xrightarrow{\cdot q} a_1 \xrightarrow{\cdot q} a_2 \xrightarrow{\cdot q} \dots$

endliche Reihe: $s_n = \sum_{k=0}^{n} a_k = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$

unendliche Reihe: $s = \sum_{k=0}^{\infty} a_k = a_0 + a_1 + a_2 + \dots$

$$\boxed{a_n = a_0 \cdot q^n}$$

$$\boxed{s_n = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}}$$

$$\boxed{s = a_0 \cdot \frac{1}{1-q}}$$

← nur für $|q| < 1$, ansonsten divergent

Anwendungen:

Lineares Wachstum: $\boxed{K = K_0 + n \cdot d}$

Exponentielles Wachstum: $\boxed{K = K_0 \cdot q^n}$ wobei $q = 1 \pm \frac{p}{100}$

Renten nachschüssig: $\boxed{K = K_0 \cdot q^n \pm R \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}}$

Rente vorschüssig: $\boxed{K = K_0 \cdot q^n \pm R \cdot q \frac{q^n - 1}{q - 1}}$

Dabei: K_0 = Startkapital
K = Endkapital
R = Jährliche Rate

$q = 1 \pm \frac{p}{100}$ = Wachstumsfaktor
d = jährlicher Zuwachs

Spezielle Reihen:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{2}$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$