

# Inhaltsverzeichnis



<b>Mathematische Zeichen und Abkürzungen</b> .....	11
<b>1 Grundbegriffe der Mengenlehre</b> .....	13
1.1 Mengen und Elemente von Mengen .....	13
1.2 Beziehungen zwischen Mengen .....	16
1.2.1 Gleiche und gleichmächtige Mengen .....	16
1.2.2 Teilmengen .....	18
1.3 Operationen mit Mengen .....	19
1.3.1 Durchschnittsmenge und Vereinigungsmenge .....	19
1.3.2 Differenzmenge und Komplementmenge .....	22
1.3.3 Beweise mit Zugehörigkeitstabellen .....	25
1.3.4 Zählaufgaben mit Mengen .....	26
<b>2 Grundbegriffe der Aussagenlogik und ihre Verwendung in der Datenverarbeitung</b> .....	30
2.1 Aussagen .....	30
2.2 Aussageformen .....	31
2.3 Äquivalenz von Aussageformen .....	33
2.4 Verknüpfungen von Aussagen und Aussageformen .....	34
2.4.1 Und-Aussage (Konjunktion) und Und-Schaltung .....	34
2.4.2 Oder-Aussage (Disjunktion) und Oder-Schaltung .....	37
2.4.3 Die Verneinung (Negation) .....	40
2.4.4 Wenn-dann-Aussage (Subjunktion und Implikation) .....	43
2.4.5 Die Verknüpfungen Bijunktion und Äquivalenz .....	46
<b>3 Zahlenmengen und Anordnung der Zahlen auf der Zahlengeraden</b> ..	48
3.1 Die Menge $\mathbb{N}$ der natürlichen Zahlen .....	48
3.2 Die Menge $\mathbb{Z}$ der ganzen Zahlen .....	49
3.3 Die Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen .....	51
<b>4 Das Rechnen in der Menge <math>\mathbb{Z}</math> der ganzen Zahlen</b> .....	54
4.1 Variablen, Terme, Grundbereich .....	54
4.2 Der Betrag einer Zahl .....	55
4.3 Die Addition und Subtraktion ganzer Zahlen .....	56
4.3.1 Die Addition .....	56
4.3.2 Die Subtraktion .....	57
4.3.3 Die Addition und Subtraktion von Summen und Differenzen .....	59
4.4 Die Multiplikation und Division ganzer Zahlen .....	61
4.4.1 Die Multiplikation. Erster Potenzsatz .....	61
4.4.2 Die Division. Zweiter Potenzsatz .....	65
4.4.3 Die Multiplikation von Summen .....	69

## 6 Inhaltsverzeichnis

---

4.4.4	Binomische Formeln .....	70
4.4.5	Zerlegen von Summen in Faktoren .....	72
4.4.6	Die Division von Summen .....	74
4.5	Das dekadische und das duale Zahlensystem .....	76
4.5.1	Das dekadische Zahlensystem .....	76
4.5.2	Das duale Zahlensystem .....	77
<b>5</b>	<b>Das Rechnen in der Menge <math>\mathbb{Q}</math> der rationalen Zahlen .....</b>	<b>82</b>
5.1	Elemente der Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen .....	82
5.2	Erweitern und Kürzen von Brüchen .....	84
5.3	Vergleichen von Brüchen; gleichnamige und ungleichnamige Brüche .....	86
5.4	Die Addition und Subtraktion rationaler Zahlen .....	88
5.4.1	Die Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche .....	88
5.4.2	Die Addition und Subtraktion ungleichnamiger Brüche .....	89
5.5	Die Multiplikation und Division rationaler Zahlen .....	91
5.5.1	Die Multiplikation .....	91
5.5.2	Die Division .....	94
<b>6</b>	<b>Lineare Gleichungen und Ungleichungen .....</b>	<b>97</b>
6.1	Gleichungen und Ungleichungen als Aussagen und Aussageformen .....	97
6.2	Äquivalenzumformungen von Gleichungen und Ungleichungen .....	99
6.2.1	Gleichungen mit einer Lösungsvariablen .....	99
6.2.2	Gleichungen mit Formvariablen .....	103
6.2.3	Ungleichungen .....	106
6.3	Gleichungen und Ungleichungen mit Brüchen, deren Nenner keine Variablen enthalten .....	108
6.4	Gleichungen und Ungleichungen mit Brüchen, deren Nenner Variablen enthalten (Bruchgleichungen und Bruchungleichungen) .....	110
6.4.1	Bruchgleichungen mit einer Lösungsvariablen .....	110
6.4.2	Bruchgleichungen mit Formvariablen .....	114
6.4.3	Bruchungleichungen .....	116
6.5	Textaufgaben aus verschiedenen Gebieten .....	118
6.5.1	Zahlenrätsel .....	118
6.5.2	Merkwürdiges und Scherzhaftes; Denkaufgaben .....	120
6.5.3	Dreisatzaufgaben mit quotientengleichen und produktgleichen Zahlenpaaren .....	122
6.5.3.1	Quotientengleiche und produktgleiche Zahlenpaare .....	122
6.5.3.2	Dreisatzaufgaben mit quotientengleichen und produktgleichen Zahlenpaaren .....	124
6.5.4	Prozentrechnung .....	126
6.5.5	Verteilungsrechnung .....	128
6.5.6	Mischungsrechnung .....	130
6.5.7	Zusammengesetzte Prozentrechnung .....	133
6.5.8	Zinsrechnung .....	134
<b>7</b>	<b>Ganzrationale Funktionen 1. Grades .....</b>	<b>137</b>
7.1	Geordnete Paare; Produktmenge .....	137
7.2	Relationen .....	138
7.3	Das rechtwinklige Koordinatensystem (Achsenkreuz, Gitterlinien) .....	139
7.4	Funktionen als eindeutige Zuordnungen .....	141
7.5	Die linearen Funktionen $f: x \mapsto mx$ und $f: x \mapsto mx + b$ .....	142
7.5.1	Darstellung von linearen Funktionen im Achsenkreuz .....	142
7.5.2	Berechnung der linearen Funktionsgleichung .....	150
7.5.3	Berechnung des Schnittpunktes zweier Geraden .....	153
7.5.4	Textaufgaben .....	155

<b>8</b>	<b>Lineare Gleichungs- und Ungleichungssysteme</b> .....	162
8.1	Grafische Lösung von linearen Gleichungssystemen mit zwei Variablen .....	162
8.2	Rechnerische Lösung von linearen Gleichungssystemen mit zwei Variablen .....	167
8.3	Lineare Gleichungssysteme mit Formvariablen .....	172
8.4	Textaufgaben zu linearen Gleichungssystemen mit zwei Variablen .....	174
8.4.1	Zahlenrätsel .....	174
8.4.2	Verteilungs- und Mischungsrechnung .....	175
8.4.3	Prozent- und Zinsrechnung .....	177
8.5	Lineare Gleichungssysteme mit drei Variablen .....	179
8.6	Lineare Ungleichungssysteme mit zwei Variablen .....	180
8.6.1	Grafische Lösung von linearen Ungleichungen .....	180
8.6.2	Grafische Lösung von linearen Ungleichungssystemen mit zwei Variablen .....	182
8.6.3	Textaufgaben zu linearen Ungleichungssystemen mit zwei Variablen .....	184
8.6.4	Lineare Optimierung mit zwei Variablen .....	187
<b>9</b>	<b>Potenzen</b> .....	200
9.1	Begriff der Potenz .....	200
9.2	Rechenregeln für Potenzen mit natürlichen Hochzahlen .....	202
9.2.1	Addition und Subtraktion .....	202
9.2.2	Multiplikation und Division von Potenzen mit gleicher Basis .....	203
9.2.3	Multiplikation und Division von Potenzen mit gleichem Exponenten .....	204
9.2.4	Potenzieren von Potenzen .....	206
9.3	Potenzen mit dem Exponenten 0 und mit negativen ganzen Exponenten .....	207
<b>10</b>	<b>Quadratwurzeln</b> .....	210
10.1	Einführung der Quadratwurzel .....	210
10.2	Irrationale Zahlen und die Menge $\mathbb{R}$ der reellen Zahlen .....	211
10.3	Berechnung von Quadratwurzeln mithilfe des Taschenrechners .....	214
10.4	Schaubild der Quadratwurzelfunktion $f: x \mapsto \sqrt{x}$ .....	215
10.5	Rechnen mit Quadratwurzeln .....	216
10.5.1	Addition und Subtraktion .....	216
10.5.2	Multiplikation und Division. Teilweise radizieren .....	217
<b>11</b>	<b>Quadratische Funktionen</b> .....	220
11.1	Die Funktion $f: x \mapsto x^2$ .....	220
11.2	Die Funktion $f: x \mapsto ax^2$ .....	221
11.3	Die Funktion $f: x \mapsto ax^2 + c$ .....	222
11.4	Die Funktion $f: x \mapsto ax^2 + bx + c$ .....	223
11.5	Rechnerische Bestimmung der Scheitelkoordinaten. Scheitelform der Parabelgleichung .....	226
11.6	Nullstellen von quadratischen Funktionen und ihre grafische Bestimmung .....	227
<b>12</b>	<b>Quadratische Gleichungen</b> .....	229
12.1	Rechnerische Lösung der reinquadratischen Gleichung $ax^2 + c = 0$ .....	229
12.2	Rechnerische Lösung der gemischtquadratischen Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ .....	232
12.2.1	Lösung durch quadratische Ergänzung .....	233
12.2.2	Lösung mithilfe von Formeln .....	235
12.2.3	Satz von Vieta. Zerlegen in Linearfaktoren .....	237
12.2.4	Vermischte Aufgaben .....	239

## 8 Inhaltsverzeichnis

---

12.3	Textaufgaben aus verschiedenen Gebieten .....	242
12.3.1	Zahlenrätsel .....	242
12.3.2	Aufgaben aus der Geometrie .....	243
12.3.3	Verteilungsrechnung .....	244
12.3.4	Prozent- und Zinsrechnung .....	245
12.4	Grafische Lösung der gemischtquadratischen Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ .....	247
12.5	Berechnung der Nullstellen von quadratischen Funktionen .....	249
<b>13</b>	<b>Wurzeln; Potenzen mit rationalen Exponenten</b> .....	<b>250</b>
13.1	Der allgemeine Wurzelbegriff .....	250
13.2	Rechnen mit Potenzen mit rationalen Exponenten .....	252
13.3	Rechnen mit Wurzeln .....	253
<b>14</b>	<b>Logarithmen</b> .....	<b>258</b>
14.1	Einführung .....	258
14.2	Exponentialfunktion und Logarithmusfunktion .....	259
14.2.1	Die Exponentialfunktion $f: x \mapsto a^x$ .....	259
14.2.2	Die Logarithmusfunktion $f: x \mapsto \log_a x$ .....	261
14.3	Die Logarithmensätze .....	262
14.4	Zehnerlogarithmen .....	265
14.5	Exponentialgleichungen .....	267
14.6	Wachstumsprozesse .....	268
<b>15</b>	<b>Statistik</b> .....	<b>271</b>
15.1	Aufgaben und Grundbegriffe der Statistik .....	271
15.2	Erfassen des Zahlenmaterials .....	272
15.2.1	Strichliste. Tabellen .....	272
15.3	Grafische Darstellungsformen .....	274
15.3.1	Kurvendiagramm und Säulendiagramm .....	274
15.3.2	Flächendiagramm .....	277
15.3.3	Bildstatistik und Kartogramm .....	279
15.4	Rechnerische Umformung und Auswertung des Zahlenmaterials .....	282
15.4.1	Absolute und relative Häufigkeit .....	283
15.4.2	Verhältniszahlen .....	284
15.4.2.1	Gliederungszahlen .....	285
15.4.2.2	Beziehungszahlen .....	287
15.4.2.3	Indexzahlen (Messzahlen) .....	291
15.4.3	Statistische Mittelwerte .....	294
15.4.3.1	Einfaches und gewogenes arithmetisches Mittel .....	294
15.4.3.2	Häufigster Wert (Modus) und Zentralwert (Median) .....	296
15.4.3.3	Geometrisches Mittel .....	298
15.4.4	Streuungsmaße .....	299
15.4.4.1	Spannweite. Absolutes und relatives lineares Streuungsmaß .....	300
15.4.4.2	Varianz, Standardabweichung, Variationskoeffizient .....	302
15.4.5	Vermischte Aufgaben .....	305
15.4.5.1	Erfassen des Zahlenmaterials. Absolute und relative Häufigkeit .....	305
15.4.5.2	Mittelwerte. Streuungsmaße .....	306
15.4.5.3	Verhältniszahlen. Grafische Darstellung .....	310
15.4.6	Analyse von Zeitreihen .....	317
15.4.6.1	Zeitreihen mit Ursprungswerten und saisonbereinigten Werten. Trend .....	317
15.4.6.2	Berechnung von saisonbereinigten Werten .....	321
15.4.6.3	Gleichung der linearen Trendfunktion .....	325

<b>16</b>	<b>Aufgaben zur Wiederholung und zur Vorbereitung auf die Abschlussprüfung</b> .....	330
16.1	Mengenlehre .....	330
16.2	Lineare Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen .....	331
16.3	Lineare Funktionen .....	333
16.4	Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen .....	335
16.5	Lineare Ungleichungssysteme mit zwei Variablen .....	339
16.6	Quadratische Gleichungen und quadratische Funktionen .....	341
<b>Sachwortverzeichnis</b> .....		345
<b>Beilage: Formelsammlung</b>		