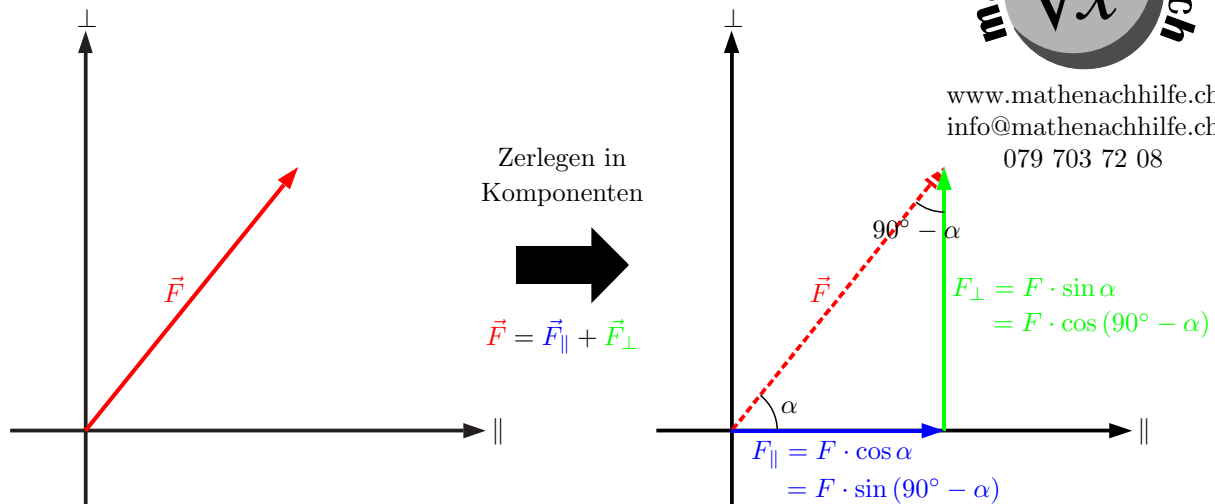


# Kräfte in Komponenten zerlegen

Allgemein



www.mathenachhilfe.ch  
info@mathenachhilfe.ch  
079 703 72 08



## Konkretes Vorgehen für geradlinige Bewegungen

1. Zeichne alle wirkenden Kräfte ein.
2. Wähle ein geeignetes Koordinatensystem, idealerweise zeigt eine Koordinatenachse in die Bewegungsrichtung ( $\parallel$ ) und die andere steht senkrecht dazu ( $\perp$ ).
3. Zerlege alle schiefen Kräfte in ihre Komponenten  $\vec{F}_{\parallel}$  und  $\vec{F}_{\perp}$ .
4. Notiere für die beiden Richtungen  $\parallel$  und  $\perp$  jeweils die Summgleichungen für die Kräfte. (Kräfte die in Achsenrichtung zeigen sind positiv, solche die in die andere Richtung zeigen negativ zu nehmen)

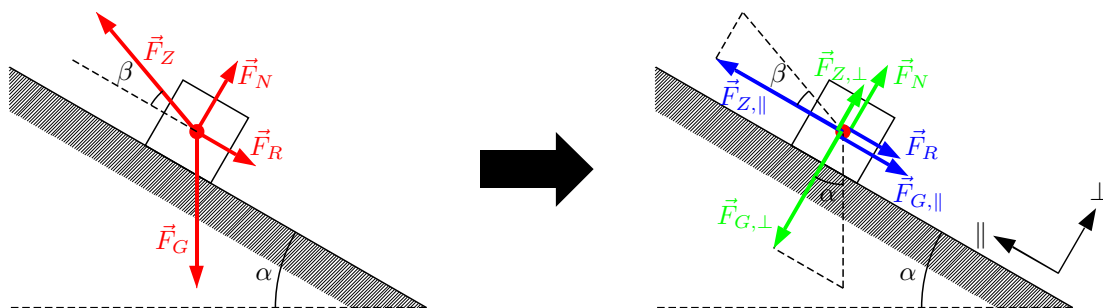
$$(\parallel) \quad F_{1,\parallel} + F_{2,\parallel} + \dots = F_{\text{res},\parallel} = m \cdot a$$

$$(\perp) \quad F_{1,\perp} + F_{2,\perp} + \dots = F_{\text{res},\perp} = 0$$

5. Berechne mit Hilfe dieser zwei Gleichungen die unbekanntenen Größen.

## Beispiel

Ein Schlitten wird mit konstanter Geschwindigkeit eine schiefe Ebene hinaufgezogen. Die Masse  $m$  des Schlittens, der Steigungswinkel  $\alpha$  der Ebene, der Winkel  $\beta$  zwischen Zugseil und Bewegungsrichtung sowie der Gleitreibungskoeffizient  $\mu$  seien bekannt. Gesucht ist die aufzuwendende Zugkraft  $F_Z$ .



$$(\parallel) \quad F_{Z,\parallel} - F_{G,\parallel} - F_R = m \cdot a$$

$$(\perp) \quad F_{Z,\perp} + F_N - F_{G,\perp} = 0$$

Also (mit  $F_G = m \cdot g$ ,  $F_R = \mu \cdot F_N$  und  $a = 0$  wegen der konstantem Geschwindigkeit):

$$(\parallel) \quad F_Z \cdot \cos \beta - m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot F_N = 0$$

$$(\perp) \quad F_Z \cdot \sin \beta + F_N - m \cdot g \cdot \cos \alpha = 0$$

Wir erhalten somit zwei Gleichungen mit den zwei Unbekannten  $F_Z$  und  $F_N$ .

# Kräfte in Komponenten zerlegen: Beispiele

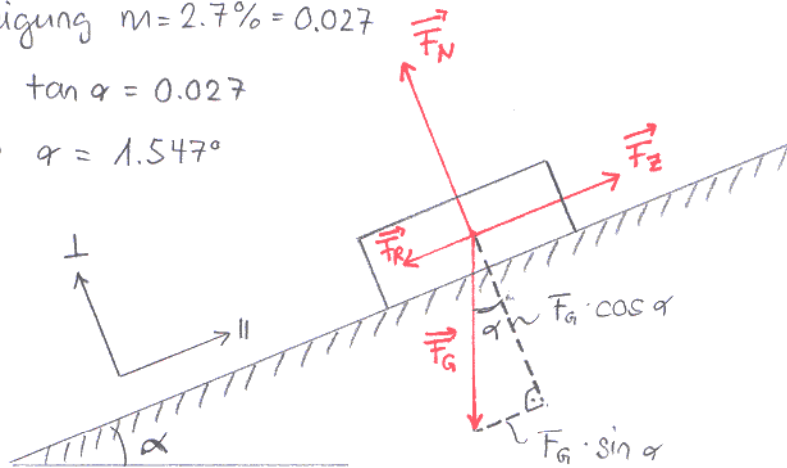
## Aufgabe 132 (DKP Seite 49)

Trotz Kehrtunnel hat die Gotthardbahnstrecke an der steilsten Stelle eine Steigung von 2.7%. Die Rollreibungszahl zwischen den Stahlrädern und der Schiene beträgt  $\mu_R = 0.006$ . Obwohl die Rollreibungszahl so klein ist, muss eine Lokomotive einen erheblichen Prozentsatz der Zugkraft für die Überwindung der Reibung aufwenden, während der Rest für die Überwindung der Steigung benutzt wird. Wie hoch ist dieser Prozentsatz?

$$\text{Steigung } m = 2.7\% = 0.027$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = 0.027$$

$$\Rightarrow \alpha = 1.547^\circ$$



$$(II) \quad F_Z - F_R - F_G \cdot \sin \alpha = 0 \quad (\text{weil } a=0)$$

$$(I) \quad F_N - F_G \cdot \cos \alpha = 0$$

Mit  $F_G = m \cdot g$  und  $F_R = \mu_R \cdot F_N$  folgt:

$$(II) \quad F_Z - \mu_R \cdot F_N - m \cdot g \cdot \sin \alpha = 0$$

$$(I) \quad F_N - m \cdot g \cdot \cos \alpha = 0$$

Löse (I) nach  $F_N$  auf:  $F_N = m \cdot g \cdot \cos \alpha$

Setze  $F_N = m \cdot g \cdot \cos \alpha$  in (II) ein:

$$F_Z - \mu_R \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha - m \cdot g \cdot \sin \alpha = 0$$

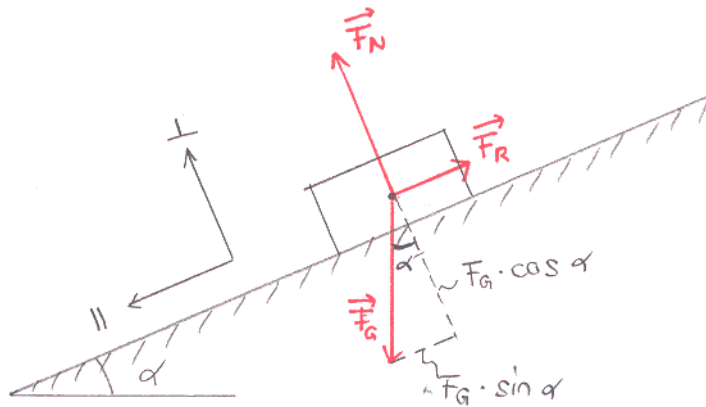
$$\Rightarrow F_Z = \mu_R \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha + m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

Prozentualer Anteil von  $F_R$  an  $F_Z$ :

$$\begin{aligned} \frac{F_R}{F_Z} &= \frac{\mu_R \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha}{\mu_R \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha + m \cdot g \cdot \sin \alpha} = \frac{\mu_R \cdot \cancel{m \cdot g} \cdot \cos \alpha}{\cancel{m \cdot g} (\mu_R \cdot \cos \alpha + \sin \alpha)} \\ &= \frac{\mu_R \cdot \cos \alpha}{\mu_R \cdot \cos \alpha + \sin \alpha} = 0.182 = \underline{\underline{18.2\%}} \end{aligned}$$

**Aufgabe 134a)** (DKP Seite 50)

Sie helfen einem Freund beim Umzug. Die Möbel müssen auf einen Lastwagen verladen werden. Sie benutzen zwei gerade Balken als schiefe Ebene. Zwischen den Balken und den Möbeln beträgt die Haftreibungszahl  $\mu_H = 0.51$ . Wie gross darf der Neigungswinkel  $\alpha$  zwischen Balken und Boden höchstens sein, damit die Möbel nicht von selbst ins Rutschen kommen?



$$\begin{aligned} \text{(II)} \quad F_G \cdot \sin \alpha - F_R &= 0 && \text{(weil } a=0) \\ \text{(I)} \quad F_N - F_G \cdot \cos \alpha &= 0 \end{aligned}$$

Mit  $F_R = \mu_H \cdot F_N$  und  $F_G = mg$  folgt:

$$\begin{aligned} \text{(II)} \quad mg \cdot \sin \alpha - \mu_H \cdot F_N &= 0 \\ \text{(I)} \quad F_N - m \cdot g \cdot \cos \alpha &= 0 \end{aligned}$$

Löse (I) nach  $F_N$  auf:  $F_N = mg \cdot \cos \alpha$

Setze  $F_N = mg \cdot \cos \alpha$  in (II) ein:

$$mg \cdot \sin \alpha - \mu_H \cdot mg \cdot \cos \alpha = 0 \quad \left| + \mu_H \cdot mg \cdot \cos \alpha \right.$$

$$mg \cdot \sin \alpha = \mu_H \cdot mg \cdot \cos \alpha \quad \left| \div (mg \cdot \cos \alpha) \right.$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \mu_H$$

$$\tan \alpha = \mu_H$$

$$\underline{\underline{\alpha = 27.0^\circ}}$$

## Kräfte in Komponenten zerlegen: Aufgaben DPK

128(48), 129(48), 130(49), 134b,c(50), 138(52)