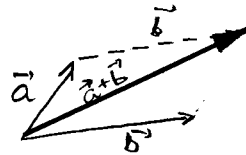
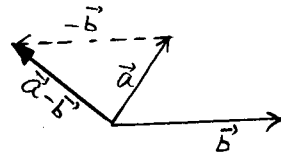


Rechnen mit Vektoren:

• Addition: $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$



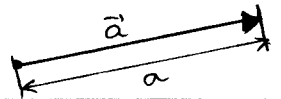
• Subtraktion: $\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \\ a_3 - b_3 \end{pmatrix}$



• S-Multiplikation: $k \cdot \vec{a} = k \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k a_1 \\ k a_2 \\ k a_3 \end{pmatrix}$

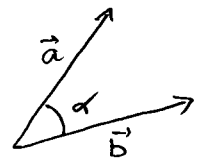


• Betrag: $|\vec{a}| = a$ $a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ Länge eines Vektors.

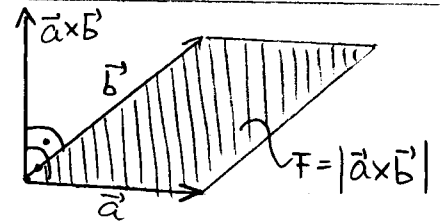


• Skalarprodukt: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$

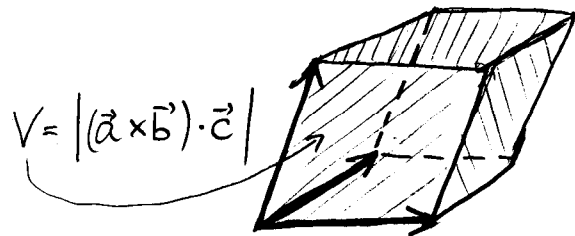
$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{a \cdot b}$ Zwischenwinkel von zwei Vektoren



• Vektorprodukt: $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$



• Spatprodukt: $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$



Wissenswertes:

• Einheitsvektoren: $\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

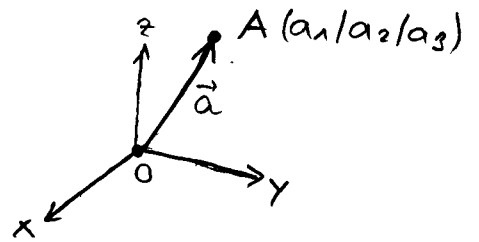
• Senkrechte Vektoren: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ bedeutet: $\vec{a} \perp \vec{b}$

• Senkrechte Vektoren: Braucht man einen Vektor, der senkrecht zu einem gegebenen Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ steht, kann man einfach 2 Komponenten tauschen und die dritte Komponente Null setzen sowie ein Vorzeichen tauschen.

z.B. $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

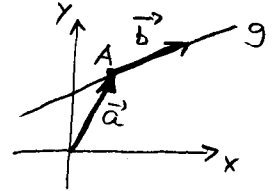
Geometrische Objekte:

- Punkte: $A(a_1/a_2/a_3)$ $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$



- Geraden: $g: \vec{r} = \vec{a} + t \cdot \vec{b}$ (Parameterdarstellung)

↑ Startpunkt ↑ Richtung

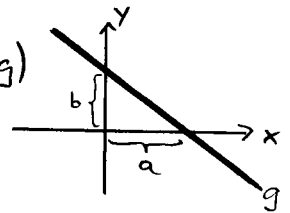


nur 2D !!

$g: ax + by + c = 0$ (Koordinatengl.) $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \vec{n}$ (Normalvekt)

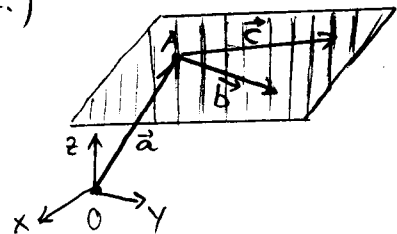
$g: \frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 0$ (HNF) Setzt man einen bel. Punkt in die linke Seite ein, entspricht die erhaltene Zahl dem Abstand vom Punkt zur Geraden.

$g: \frac{1}{a}x + \frac{1}{b}y = 1$ (Achsenabschnittsgleichung)



- Ebenen: $E: \vec{r} = \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$ (Parameterdarst.)

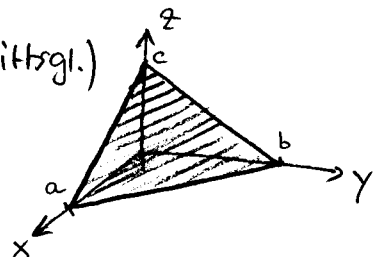
↑ Startpkt. ↑ Richtungsvekt.



$E: ax + by + cz + d = 0$ (Koord. gl.) $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \vec{n}$ (Normalvekt)

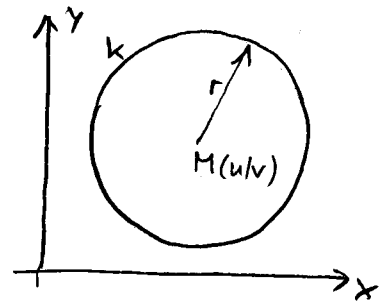
$E: \frac{ax + by + cz + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 0$ (HNF) Setzt man einen bel. Punkt in die linke Seite ein, entspricht die erhaltene Zahl dem Abstand vom Punkt zur Ebene

$E: \frac{1}{a}x + \frac{1}{b}y + \frac{1}{c}z = 1$ (Achsenabschnittsgl.)



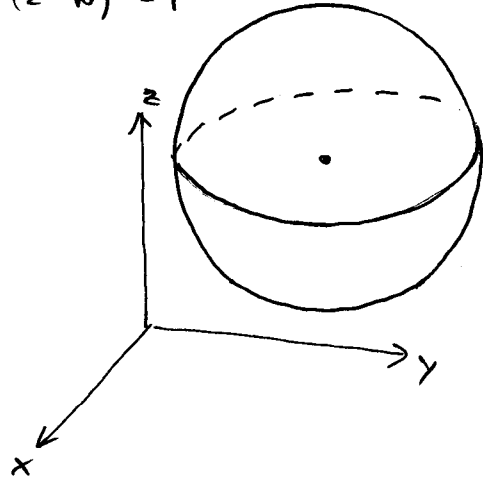
• Kreis: (nur 2D)

$$k: (x-u)^2 + (y-v)^2 = r^2$$



• Kugel:

$$k: (x-u)^2 + (y-v)^2 + (z-w)^2 = r^2$$



Elementare Probleme:

- 1) Abstand von 2 Punkten bestimmen.
- 2) Gleichung einer Geraden durch 2 Punkte bestimmen
- 3) Prüfen, ob ein Punkt auf einer Geraden liegt
- 4) Normale zu einer gegebenen Gerade durch einen gegebenen Punkt best.
- 5) Abstand von einem Punkt zu einer Geraden
- 6) Gegenseitige Lage von 2 Geraden bestimmen. (inkl. Schnittpkt. best.)
- 7) Winkel zwischen zwei Geraden bestimmen.
- 8) Abstand zwischen zwei Geraden bestimmen.
- 9) Geraden in bel. Darstellungen umwandeln
- 10) Winkelhalbierende von 2 Geraden bestimmen.
- 11) Spurpunkte einer Geraden bestimmen.
- 12) Ebene durch 3 Punkte bestimmen
- 13) Prüfen, ob ein Punkt in einer Ebene liegt
- 14) Normale Ebene zu einer gegebenen Gerade durch einen gegebenen Pkt.

- 15) Abstand von einem Punkt zu einer Ebene bestimmen
- 16) Gegenseitige Lage von einer Ebene und einer Geraden bestimmen.
(inkl. Schnittpunkt)
- 17) Winkel zwischen Gerade und Ebene bestimmen.
- 18) Gegenseitige Lage von zwei Ebenen bestimmen (inkl. Schnittgerade)
- 19) Winkel zwischen 2 Ebenen bestimmen
- 20) Koordinatengleichungen der xy -Ebene usw. angeben.
- 21) Abstand von einer parallelen Gerade zu einer Ebene angeben
- 22) Winkelhalbierende Ebene von zwei gegebenen Ebenen bestimmen.
- 23) Gleichungen von Kreis bzw. Kugel bei gegebenem Mittelpunkt und Radius bestimmen.
- 24) Mittelpunktsform von Kreis bzw. Kugel in die ausmultiplizierte Form umwandeln und umgekehrt.
- 25) Prüfen, ob ein Punkt auf einem Kreis bzw. einer Kugel liegt
- 26) Kreis mit Gerade schneiden.
- 27) Kugel mit Gerade schneiden.
- 28) Prüfen, ob eine gegebene Kugel von einer Ebene berührt wird. Falls ja, bestimme den Berührungspunkt
- 29) In einem Punkt eines Kreises die Tangentengleichung bestimmen.
- 30) Von einem bel. Punkt aus eine Tangente an einen Kreis legen.
- 31) In einem Punkt auf einer Kugel die Tangentialebene legen.
- 32) Durch 2 beliebige Punkte eine Tangentialebene an eine Kugel legen.