

Lineare Funktionen - Anwendungen

Allgemein

$$y = mx + n$$

- y = Total
- x = Stückzahl
- m = Veränderung pro 1 Stück
- n = Anfangsmenge (d.h. für 0 Stück)

zum Beispiel: Kosten-, Erlös-, Gewinnfunktion

Gegeben: Fixkosten, Kosten pro Stück, Verkaufspreis pro Stück

- Gesucht: Kosten in Abhängigkeit der produzierten Stückzahl

$$\text{Gesamtkosten} = (\text{Kosten pro Stück}) \cdot (\text{Stückzahl}) + \text{Fixkosten}$$

- y = Gesamtkosten
- x = Stückzahl
- m = Kosten pro Stück
- n = Fixkosten

- Gesucht: Erlös in Abhängigkeit der produzierten Stückzahl

$$\text{Gesamterlös} = (\text{Verkaufspreis pro Stück}) \cdot (\text{Stückzahl})$$

- y = Gesamterlös
- x = Stückzahl
- m = Verkaufspreis pro Stück
- $n = 0$

- Gesucht: Gewinn in Abhängigkeit der produzierten Stückzahl

$$\text{Gesamtgewinn} = (\text{Gewinn pro Stück}) \cdot (\text{Stückzahl}) - \text{Fixkosten}$$

- y = Gesamtgewinn
- x = Stückzahl
- m = Gewinn pro Stück = (Verkaufspreis pro Stück) - (Kosten pro Stück)
- n = -Fixkosten

-
- 5 In einer Fertigungsabteilung einer Elektrogerätefabrik fallen monatlich 25 000,00 EUR fixe Kosten an. Die proportionalen Kosten betragen je Stück 75,00 EUR, der Verkaufspreis je Stück 137,50 EUR.
- Wie lauten die Funktionsgleichungen für die Gesamtkosten (y EUR Gesamtkosten für x Stück) und für den Gesamterlös (y EUR Erlös für x Stück)? Zeichnen Sie die Graphen der beiden Funktionen des Systems! 100 Stück \triangleq 1 cm, 10 000 EUR \triangleq 1 cm.
 - Bestimmen Sie die Produktionsmenge, bei der Gesamtkosten und Gesamterlös gleich groß sind (Nutzenschwelle)!
 - Wie viel EUR beträgt der Verlust bei einer Produktionsmenge von 300 Stück? Wie hoch ist der Gewinn, wenn 500 Stück produziert werden?
 - Wie viel Stück müssen produziert werden, um 12 500,00 EUR Gewinn zu erzielen?
- 6 Ein Elektrizitätswerk bietet zwei Tarife an:
- 20,00 EUR monatliche Grundgebühr und 0,17 EUR je kWh.
 - 30,00 EUR monatliche Grundgebühr und 0,13 EUR je kWh.
- Stellen Sie für jeden Tarif die Funktionsgleichung auf (y EUR für x kWh) und zeichnen Sie die Graphen der Funktionen des Systems (50 kWh \triangleq 1 cm; 10 EUR \triangleq 1 cm)!
 - Bei welchem Verbrauch ergeben beide Tarife gleiche Kosten? In welchem Abnahmebereich ist Tarif I und in welchem Bereich Tarif II günstiger?
 - Wie hoch sind die Kosten nach Tarif I und Tarif II bei einem monatlichen Verbrauch von 400 kWh?

Aufgabe 5 / Seite 166

Fixkosten = 25'000

Kosten pro Stück = 75

Verkaufspreis pro Stück = 137.50

a) • Kostenfunktion:

$$\text{Gesamtkosten} = (\text{Kosten pro Stück}) \cdot \text{Stückzahl} + \text{Fixkosten}$$

$y \qquad \qquad m \qquad \qquad x \qquad \qquad n$

also: $y = 75x + 25000$

2 Punkte für Graph:

x	0	1000
y	25'000	100'000

• Erlösfunktion:

$$\text{Gesamterlös} = (\text{Verkaufspreis pro Stück}) \cdot \text{Stückzahl}$$

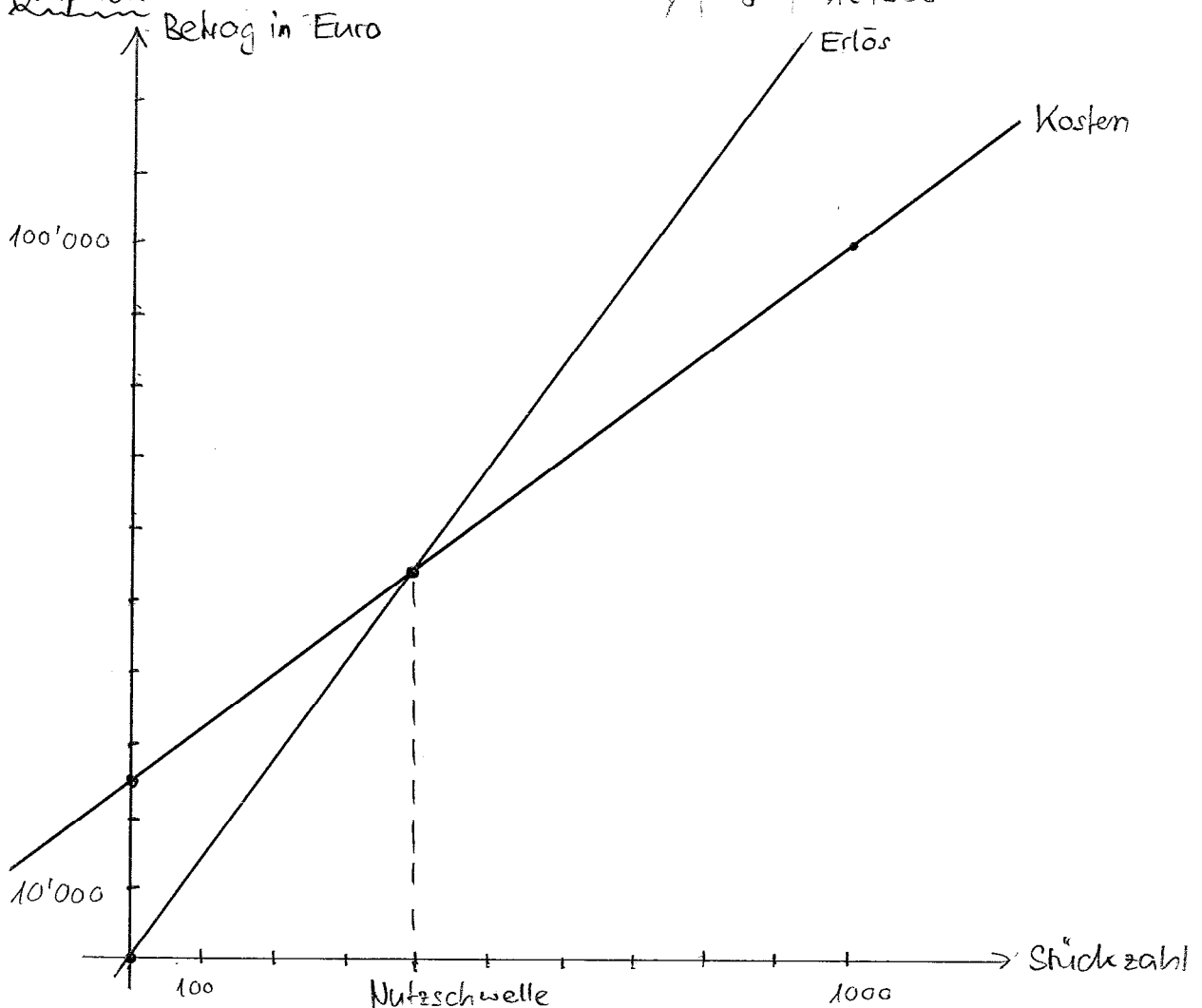
$y \qquad \qquad m \qquad \qquad x$

also: $y = 137.5 \cdot x$

2 Punkte für Graph:

x	0	1000
y	0	137'500

• Graphen:



b) Schnittpunkt von Kosten- und Erlösfunktion:

$$\begin{aligned}75x + 25'000 &= 137.50x & | - 75x \\25'000 &= 62.50x & | \div 62.5 \\400 &= x\end{aligned}$$

Die Nutzschwelle liegt bei 400 Stück.

- c)
- Kosten bei 300 Stück: $y = 75 \cdot 300 + 25'000 = 47'500$
Erlös bei 300 Stück: $y = 137.5 \cdot 300 = 41'250$
 \Rightarrow Verlust bei 300 Stück = $47'500 - 41'250 = \underline{\underline{6250 \text{ Euro}}}$
 - Kosten bei 500 Stück: $y = 75 \cdot 500 + 25'000 = 62'500$
Erlös bei 500 Stück: $y = 137.5 \cdot 500 = 68'750$
 \Rightarrow Gewinn bei 500 Stück = $68'750 - 62'500 = \underline{\underline{6250 \text{ Euro}}}$

d) $\text{Gewinn} = (\text{Gewinn pro Stück}) \cdot \text{Stückzahl} - \text{Fixkosten}$
 $y \quad \quad \quad m \quad \quad \quad x \quad \quad \quad n$

Also: $y = 62.5 \cdot x - 25'000$ ist die Gewinnfunktion
 \uparrow
 $= 137.50 - 75$

Wir suchen die Stückzahl x für den Gewinn $y = 12'500$:

$$\begin{aligned}12'500 &= 62.5 \cdot x - 25'000 & | + 25'000 \\37'500 &= 62.5x & | \div 62.5 \\600 &= x\end{aligned}$$

Für 600 Stück beträgt der Gewinn 12'500 Euro.

Aufgabe 6 / Seite 166

- Tarif I: Grundgebühr = 20
Gebühr pro kWh = 0.17
- Tarif II: Grundgebühr = 30
Gebühr pro kWh = 0.13

a) Gesamtgebühr = (Gebühr pro kWh) · (Anzahl kWh) + Grundgebühr

$$y = m \cdot x + n$$

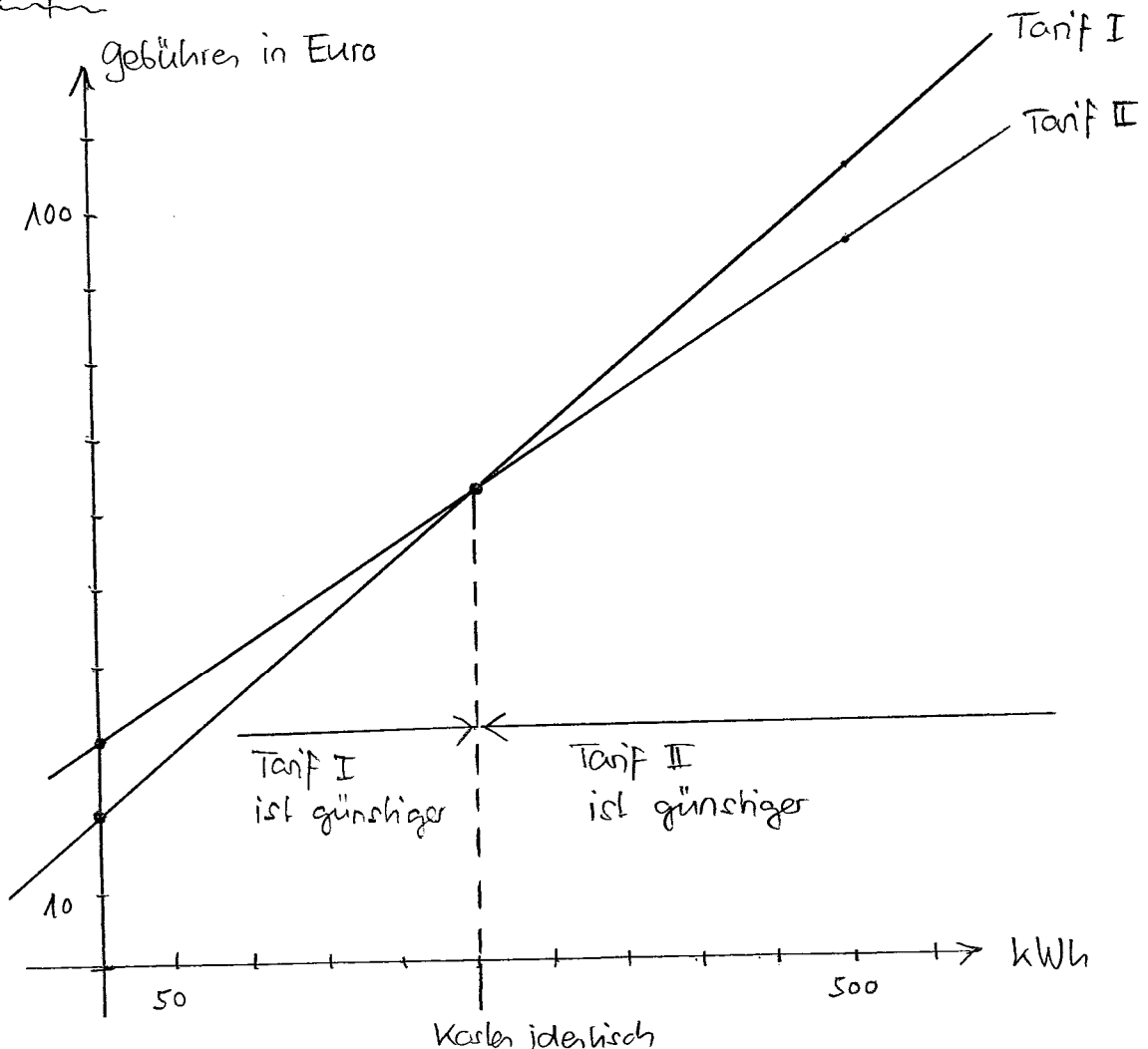
• Tarif I: $y = 0.17 \cdot x + 20$ für Graph:

x	0	500
y	20	105

• Tarif II: $y = 0.13 \cdot x + 30$ für Graph:

x	0	500
y	30	95

Graph:



b) Schnittpunkt der beiden Tariffunktionen:

$$\begin{aligned} 0.17 \cdot x + 20 &= 0.13 \cdot x + 30 && | -0.13x, -20 \\ 0.04 \cdot x &= 10 && | \div 0.04 \\ x &= 250 \end{aligned}$$

Bei $x = 250$ kWh sind die Kosten für beide Tarife gleich.

Für weniger als 250 kWh ist Tarif I günstiger.

Für mehr als 250 kWh ist Tarif II günstiger.

c) • Tarif I bei $x = 400$ kWh: $y = 0.17 \cdot 400 + 20 = \underline{\underline{88 \text{ Euro}}}$

• Tarif II bei $x = 400$ kWh: $y = 0.13 \cdot 400 + 30 = \underline{\underline{82 \text{ Euro}}}$