

Lineare Gleichungssysteme mit 2 Gleichungen und 2 Unbekannten



www.mathenachhilfe.ch
info@mathenachhilfe.ch
079 703 72 08

Schreibweise

z.B.
$$\left. \begin{array}{l} \text{(I)} \quad x + 2y = 5 \\ \text{(II)} \quad -2x + y = 0 \end{array} \right\}$$

Die Lösung eines Gleichungssystems mit 2 Gleichungen ist ein Zahlenpaar (x/y) , welches beide Gleichungen erfüllen muss.

Additionsverfahren

Das Additionsverfahren wird zum Auflösen vorallem dann verwendet, wenn sich nicht ein anderes Verfahren aufdrängt.

- 1. Schritt:
Multipliziere beide Gleichungen so, dass entweder vor x oder vor y bei beiden Gleichungen der gleich Faktor steht, aber mit verschiedenen Vorzeichen.
- 2. Schritt:
Addiere die beiden Gleichungen und die entstandene Gleichung nach x (oder y) auf.
- 3. Schritt:
Setze die erhaltene Lösung in eine der beiden ursprünglichen Gleichungen ein und löse sie nach der anderen Variablen auf.
- 4. Schritt:
Notiere die Lösung: $L = \{(x/y)\}$

Beispiel:

$$\left. \begin{array}{l} \text{(I)} \quad x + 2y = 5 \\ \text{(II)} \quad -2x + y = 0 \end{array} \right\}$$

1. Schritt:

$$\begin{array}{l} 2 \cdot \text{(I)} \quad 2x + 4y = 10 \\ \text{(II)} \quad -2x + y = 0 \end{array}$$

2. Schritt:

$$\begin{array}{l} 2 \cdot \text{(I)} - \text{(II)} \quad 5y = 10 \quad | \div 5 \\ y = 2 \end{array}$$

3. Schritt:

$$\begin{array}{l} y = 2 \text{ in (I)} \quad x + 2 \cdot 2 = 5 \quad | -4 \\ x = 1 \end{array}$$

4. Schritt:

$$L = \{(1/2)\}$$

Einsetzungsverfahren:

Wird verwendet, wenn schon eine Gl. nach einer Variablen aufgelöst ist, oder sehr einfach aufgelöst werden kann.

- Schritt 1:
löse eine Gleichung nach x oder y auf
- Schritt 2:
setze das Resultat aus Schritt 1 in die andere Gleichung ein.
und
löse die Gleichung auf.
- Schritt 3:
setze die erhaltene Lösung in die Gleichung aus Schritt 1 ein
- Schritt 4:
formuliere die Lösung.

Beispiel:

$$\left. \begin{array}{l} \text{(I)} \quad x + 2y = 5 \\ \text{(II)} \quad -2x + y = 0 \end{array} \right\}$$

1. Schritt:

$$\begin{array}{l} \text{Löse (I) nach } x \text{ auf: } x + 2y = 5 \quad | -2y \\ x = 5 - 2y \end{array}$$

2. Schritt:

$$\begin{array}{l} \text{Setze } x = 5 - 2y \text{ in (II) ein:} \\ -2(5 - 2y) + y = 0 \\ -10 + 4y + y = 0 \quad | +10 \\ 5y = 10 \quad | \div 5 \\ y = 2 \end{array}$$

3. Schritt

$$x = 5 - 2 \cdot 2 = 1$$

4. Schritt

$$L = \{(1/2)\}$$

Gleichsetzungsverfahren:

Wird verwendet, wenn beide Gleichungen schon nach y aufgelöst sind.

Schritt 1:

Löse beide Gl. nach einer Variable auf

Schritt 2:

Setze die beiden Resultate gleich und löse die erhaltene Gl. auf.

Schritt 3:

Setze die erhaltene Lösung in eine der Gl. aus Schritt 1 ein.

Schritt 4:

Formuliere die Lösung.

Beispiel:

$$(I) \quad x + 2y = 5$$

$$(II) \quad -2x + y = 0$$

Schritt 1:

$$\begin{aligned} \bullet \quad x + 2y &= 5 & | -x \\ 2y &= 5 - x & | :2 \\ y &= \frac{5}{2} - \frac{x}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad -2x + y &= 0 & | +2x \\ y &= 2x \end{aligned}$$

Schritt 2:

$$\frac{5}{2} - \frac{x}{2} = 2x \quad | \cdot 2$$

$$5 - x = 4x \quad | +x$$

$$5 = 5x \quad | :5$$

$$x = 1$$

Schritt 3:

$$y = 2 \cdot 1 = 2$$

Schritt 4:

$$\mathbb{L} = \{ (1|2) \}$$

Graphische Methode:

Keine Alternative zur Berechnung, da ungenau.

Schritt 1:

Forme beide Gleichungen in lineare Fkt. um (nach y auflösen)

Schritt 2:

Zeichne die beiden linearen Fkt. in ein Koordinatensystem ein

Schritt 3:

Lies die Koordinaten des Schnittpunktes ab $S(x|y)$

Schritt 4:

Formuliere die Lösung.

Beispiel:

$$(I) \quad x + 2y = 5$$

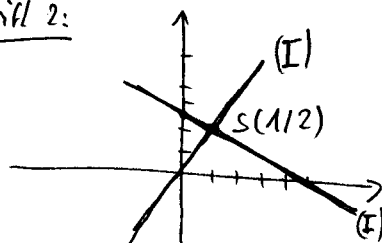
$$(II) \quad -2x + y = 0$$

Schritt 1:

$$\begin{aligned} \bullet \quad x + 2y &= 5 & | -x \\ 2y &= -x + 5 & | :2 \\ y &= -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad -2x + y &= 0 & | +2x \\ y &= 2x \end{aligned}$$

Schritt 2:



Schritt 3:

$$S(1|2)$$

Schritt 4:

$$\mathbb{L} = \{ (1|2) \}$$

Anzahl Lösungen:

	rechnerisch	graphisch
keine Lösung	$\xi = 1$	Geraden parallel
∞ viele Lösungen	$\xi = 2$	Geraden identisch
genau 1 Lösung	$\chi = 2$	Geraden schneiden sich