

# Eidgenössische Maturitätsprüfung

## Mathematik Normales Niveau

### Herbst 1991, Basel



www.mathenachhilfe.ch  
info@mathenachhilfe.ch  
079 703 72 08

- Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung zusammen mit den Lösungsblättern abzugeben.
- Alle Aufgaben werden mit 10 Punkten bewertet. Die maximale Punktzahl von 50 Punkten braucht für die Note 6 nicht erreicht zu werden.

#### Aufgabe 1

Der Kreis  $k$  mit dem Mittelpunkt  $M(5/4)$  und dem Radius  $r = 5$  sowie die Gerade

$g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$  sind gegeben.

- Berechne die Koordinaten des Punktes auf dem Kreis  $k$ , der die grösste Entfernung von der Geraden  $g$  hat.
- Die Parabel  $p: y = ax^2 + bx + c$  geht durch die gemeinsamen Punkte des Kreises  $k$  mit den Koordinatenachsen.  
Bestimme die Parabelgleichung.
- Berechne den Inhalt der endlichen Fläche, die von der Parabel  $p$  und der  $x$ -Achse begrenzt wird.

#### Aufgabe 2

Gegeben ist die Funktion  $f(x) = \frac{36 - x^2}{x^2 + 9}$ .

- Bestimme Definitionsmenge, Nullstellen, Extrema, Wendepunkte und asymptotisches Verhalten; zeichne den Graphen der Funktion  $f$ .
- Die Asymptote für  $x \rightarrow \pm\infty$  schneidet die  $y$ -Achse im Punkt  $A$ . Die Gerade  $g: y = k$  ( $-1 < x < 4$ ) schneidet den Graphen von  $f$  in den Punkten  $B$  und  $C$ . Bestimme den Wert von  $k$  so, dass das Dreieck  $ABC$  möglichst grossen Flächeninhalt hat (die 2. Ableitung wird nicht verlangt).

### Aufgabe 3

3.1 Eine gerade Pyramide besitzt als Grundfläche ein gleichseitiges Dreieck. Ihre Seitenkante ist um 1 cm länger als ihre Grundkante. Die Höhe der Pyramide misst 11 cm.

- Berechne die Längen der Kanten.
- Wie gross ist der Winkel zwischen Grund- und Seitenfläche?

3.2 Die Funktionen  $f_1(x) = \sin x$  und  $f_2(x) = \cos(2x)$  sind gegeben.

- Bestimme die Koordinaten der beiden Schnittpunkte im Intervall  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ ; skizziere die Kurven in diesem Intervall im gleichen Koordinatensystem.
  - Welchen Inhalt hat die Fläche, die von den beiden Kurven zwischen den Schnittpunkten eingeschlossen wird?
- 

### Aufgabe 4

Eine Urne enthält 6 rote, 4 weisse, 1 blaue und 1 gelbe Kugel.

- 1. Versuch:

Eine Kugel wird zufällig gezogen, ihre Farbe wird notiert, die Kugel wird in die Urne zurückgelegt. Dieser Vorgang wird insgesamt fünf mal durchgeführt.

Berechne die Wahrscheinlichkeit, ...

- ... 5 rote Kugeln notiert zu haben.
- ... 3 rote und 2 blaue Kugel notiert zu haben.
- ... alle 4 Farben notiert zu haben.

- 2. Versuch:

In die Urne wird zusätzlich eine unbekannte Anzahl roter Kugeln gelegt. Danach werden miteinander 2 Kugeln gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, dass sie gleichfarbig sind, beträgt 0.4.

- Wie viele rote Kugeln waren insgesamt in der Urne?
- 

### Aufgabe 5

5.1 Löse das folgende Gleichungssystem (log bedeutet den Logarithmus zur Basis 10):

$$\left. \begin{array}{l} \text{(I)} \quad \log x \quad + \quad \log y \quad = \quad 2 \\ \text{(II)} \quad \log(x+7) \quad - \quad \log(y-8) \quad = \quad 0 \end{array} \right\}$$

5.2 Die Funktionen  $f_1(x) = e \cdot x - e^x$  und  $f_2(x) = -e^x$  sind gegeben ( $e$  ist die Basis der natürlichen Exponentialfunktion).

- Berechne die Koordinaten des Schnittpunktes und den Schnittwinkel der Graphen von  $f_1$  und  $f_2$ .
- Bestimme von der Funktion  $f_1$  Extremum und Asymptote; zeige, dass es keinen Wendepunkt gibt.  
Zeichne die Graphen von  $f_1$  und  $f_2$  im gleichen Koordinatensystem.