

Eidgenössische Maturitätsprüfung

Mathematik Normales Niveau

Frühling 1993, Bern



www.mathenachhilfe.ch
info@mathenachhilfe.ch
079 703 72 08

- Von den 7 aufgestellten Aufgaben sind deren 6 nach freier Wahl zu lösen. Bei mehr als 6 gelösten Aufgaben werden nur die besten 6 Lösungen bewertet.
- Jede Aufgabe wird mit 10 Punkten bewertet.
- Bei jeder Aufgabe soll mit einer neuen Seite begonnen werden und für Skizzen ist eine separate Seite A4 unter Einhaltung der angegebenen Einheiten zu verwenden.

Aufgabe 1

Zeichnet man durch einen beliebigen Punkt C der Kurve mit der Gleichung $y = -x^2 + 4x - 3$ zu den Koordinatenachsen parallele Geraden, so bilden diese zusammen mit den Achsen ein Rechteck $A(0/0) B(x/0) C(x/y) D(0/y)$.

Berechne für $0 \leq x \leq 3$ dessen Flächeninhalt $A(x)$ als Funktion von x und diskutiere deren Graph unter Beachtung der Extrempunkte. Erstelle eine Skizze mit 2 cm Einheit.

Aufgabe 2

And die Kreise $k_1 : x^2 + y^2 - 25 = 0$ und $k_2 : x^2 + y^2 - 16x + 60 = 0$ werden die äusseren gemeinsamen Tangenten gelegt.

Erstelle eine sorgfältige Konstruktion mit 1 cm Einheit und berechne auf zwei Stellen nach dem Komma genau den Flächeninhalt A des durch die beiden Kreise und Tangenten begrenzten Gebietes.

Aufgabe 3

Ersetze die Funktion $f(x) = \cos x$ (x im Bogenmass) auf dem Intervall $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ durch eine quadratische Funktion $g(x) = ax^2 + bx + c$ mit denselben Nullstellen und gleich grossen Integralwerten auf dem betrachteten Intervall.

Ermittle die Zahlen a, b, c und berechne dann den Unterschied der Extrempunkte von f und g . Stimmen die Ableitungen (Tangentensteigungen) an den Randstellen überein?

Aufgabe 4

In welchem Punkt $P(x_s/y_s)$ und unter welchem Winkel α schneiden sich die beiden Wendetangenten (Tangenten in den Wendepunkten) der Funktion $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + x + 1$?

Aufgabe 5

Löse das Gleichungssystem

$$\left. \begin{array}{l} \text{(I)} \quad ax + y = a - 2 \\ \text{(II)} \quad x + y = 2 \end{array} \right\}$$

vorerst allgemein für den Parameter a und bestimme dann genau die Bereiche von a , für welche beide Werte x, y des Lösungspaares streng positiv werden.

Stelle für einen zulässigen Wert von a die beiden Gleichungen grafisch dar mit 1 cm Einheit.

Aufgabe 6

6.1 Drei Chemiker A, B, C führen im Labor unabhängig voneinander ein heikles Experiment mit den Erfolgswahrscheinlichkeiten $p(A) = 0.1$, $p(B) = 0.2$ und $p(C) = 0.3$ durch.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit gelingt mindestens einem der Chemiker das Experiment?

Wie gross wird aber die Erfolgchance, dass in diesem Labor das Experiment mindestens einmal gelingt, wenn jeder Chemiker (wieder selbständig) den Versuch zweimal durchführt?

6.2 Bei der Ausmessung der Längen von 100 Spargeln erhielt man folgende Liste:

ungefähre Länge x in cm	10	15	20	25	30	35
mit der Häufigkeit $f(x)$	3	12	37	39	8	1

Berechne die mittlere Länge \bar{x} und die Standardabweichung S dieser Stichprobe. Alle Zwischenrechnungen sind hier anzugeben.

Welchen Ausschuss muss man bei den Toleranzgrenzen $17 \text{ cm} \leq x \leq 27 \text{ cm}$ (zu kurze und zu lange Spargeln können nicht verpackt werden) etwa in Kauf nehmen, wenn die Spargellängen normalverteilt sind?

Aufgabe 7

Für welche Zahlen x besitzt das Dreieck $A(0/2) B(0/7) C(x/0)$ bei der Ecke C einen Winkel von $\gamma = 30^\circ$?

Überprüfe die Rechnung durch eine Skizze mit 1 cm Einheit.

Anleitung: Arbeite mit Ortskreisen oder mit dem Skalarprodukt.