

# Eidgenössische Maturitätsprüfung

## Mathematik Normales Niveau

### Frühling 1994, Zürich



www.mathenachhilfe.ch  
info@mathenachhilfe.ch  
079 703 72 08

- Für jede Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Resultate sollen nach Möglichkeit exakt angegeben werden, d.h. Wurzeln, gekürzte Brüche,  $\pi$ , ... stehenlassen. Dezimalbrüche sind auf 3 wesentliche Ziffern zu runden.
- Jede Aufgabe wird mit 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 braucht die maximale Punktzahl nicht erreicht zu werden.

#### Aufgabe 1

Gegeben sind die Funktionen  $f(x) = \frac{1}{2}x^3$  und  $g(x) = \sqrt{8x}$ .

- Berechne die Schnittpunkte von  $f$  und  $g$ . Skizziere damit die Graphen von  $f$  und  $g$ .
- Berechne den Inhalt des endlichen Flächenstücks, welches von  $f$  und  $g$  begrenzt wird.
- In das in Aufgabe b) beschriebene Flächenstück ist eine zur  $x$ -Achse parallele Strecke  $PQ$  mit maximaler Länge zu zeichnen. Berechne die Koordinaten von  $P$  und  $Q$ .

#### Aufgabe 2

Gegeben sind die Punkte  $A(0/-3)$ ,  $B(3\sqrt{3}/-3)$  und  $C(0/0)$ .

- Berechne den Winkel zwischen  $\vec{CB}$  und  $\vec{AB} + 2 \cdot \vec{AC}$ .
- Berechne die Koordinaten des Inkreismittelpunktes des Dreiecks  $ABC$ .
- Das Dreieck  $ABC$  wird so um  $C$  gedreht, dass die Hypotenuse des Bilddreiecks  $A'B'C$  auf der  $y$ -Achse liegt. Berechne die Koordinaten von  $A'$  und  $B'$ .

#### Aufgabe 3

- Berechne den Radius und die Höhe des geraden Kreiskegels mit Mantellinie 2 und maximalem Volumen.
- In einem Würfel mit der Grundfläche  $ABCD$  sind  $A(-1/4/4)$ ,  $B(1/2/3)$  und  $C(3/3/5)$  gegeben. Berechne die Koordinaten von  $D$  und von einer Ecke der Deckfläche.

#### Aufgabe 4

- a) Ein Brettspiel besteht aus 5 Feldern von  $A$  bis  $E$  (gemäss Zeichnung).

$A$	$B$	$C$	$D$	$E$
-----	-----	-----	-----	-----

Zu Beginn des Spiels steht ein Stein auf dem Feld  $A$ . Wird ein Spielwürfel geworfen und zeigt er die Augenzahl 5 oder 6, rückt der Stein um ein Feld nach rechts vor; andernfalls bleibt er an Ort. Berechne die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse:

- a1) Nach 4 Würfeln ist der Stein auf dem Feld  $E$ .  
a2) Mit dem fünften Wurf erreicht der Stein das Feld  $E$ .
- b) Um einen runden Tisch mit 8 Stühlen nehmen 4 Frauen und 4 Männer Platz. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass jede Frau zwei Männer als Tischnachbarn hat?
- c) Die Gleichung  $x^3 - x^2 + ax + 10 = 0$  hat eine Lösung  $x = 2$ . Gesucht sind die weiteren Lösungen.
- 

#### Aufgabe 5

Gegeben ist die Funktion  $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$ .

- a) Gesucht ist eine ganze rationale Funktion dritten Grades mit den gleichen Extrempunkten wie  $f$ .
- b) Skizziere den Graphen von  $f$ . Für welche Werte von  $c$  und  $d$  ist die Funktion mit der Gleichung  $y = c \cdot \ln(d \cdot x^2 + 1)$  eine Stammfunktion von  $f$ ? Wie ist die Zahl  $a$  zu wählen, damit das Flächenstück, begrenzt durch die positive  $x$ -Achse,  $f$  und die Gerade  $x = a$  den Flächeninhalt 4 hat?