

# Eidgenössische Maturitätsprüfung

## Mathematik Normales Niveau

### Herbst 1995, Basel



www.mathenachhilfe.ch  
info@mathenachhilfe.ch  
079 703 72 08

- Von den 6 gestellten Aufgaben sind deren 5 nach freier Wahl zu lösen. Die Lösung jeder Aufgabe wird mit 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 müssen mindestens 45 Punkte erzielt werden.
- Zeitbudget: 5 mal 48 Minuten.

#### Aufgabe 1

Eine Parabel 2. Grades schneidet die Parabel  $f(x) = x^3$  bei  $x_1 = -1$  und bei  $x_2 = 2$ ; bei  $x_1 = -1$  hat sie ausserdem eine waagrechte Tangente.

- Bestimme die Gleichung dieser Parabel.
- Skizziere die beiden Parabeln und berechne den Inhalt der von ihnen eingeschlossenen Flächen.
- Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks, dessen Ecken die drei Schnittpunkte der Parabeln sind.

#### Aufgabe 2

Gegeben ist die Funktion  $f(x) = \frac{x^3}{2x^2 + 24} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{x^2 + 12}$ .

- Führe eine vollständige Kurvendiskussion für die Funktion  $f$  durch (Definitionsmenge, Nullstellen, Asymptoten, Extrema, Wendepunkte, Graph (Einheit: 1 cm), Wertemenge).
- Bestimme den Abstand des Kurvenpunktes  $P(\sqrt{5}/y)$  von der Asymptote.
- Welche Kurvenpunkte haben den grössten Abstand von der Asymptote?

#### Aufgabe 3

Eine Schachtel  $A$  enthält sechs Karten mit den Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6;  
eine Schachtel  $B$  enthält fünf Karten mit den Ziffern 0, 0, 2, 3, 4.

- Der Schachtel  $A$  werden vier Karten entnommen und in eine Reihe gelegt. Jede Anordnung bedeutet eine vierstellige Zahl. Wie viele verschiedene vierstellige Zahlen lassen sich so bilden. Wie viele von ihnen sind durch 4 teilbar?
- Ein Spieler darf nun aus Schachtel  $B$  zwei, drei oder vier Karten ziehen. Das Produkt der gezogenen Zahlen in Franken ist sein Gewinn. Wie gross ist in jedem Fall der zu erwartende Gewinn?
- Ein Spieler wählt zufällig eine Schachtel und zieht daraus in einem Griff 2 Karten. Die Summe der gezogenen Zahlen ist sein Gewinn. Bei welchem Einsatz ist das Spiel fair?

#### Aufgabe 4

Ein Kreis  $k$  mit der Gleichung  $(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 45$  ist gegeben. Von  $P(-1/20)$  aus geht ein Lichtstrahl in Richtung  $Q(4/15)$  und wird dann am Kreis reflektiert.

- In welchem Punkt  $R$  trifft der einfallende Strahl den Kreis?
  - Welche Koordinatengleichung hat die Tangente an den Kreis  $k$  durch  $R$ ?
  - Wie gross ist der Winkel zwischen dem einfallenden und dem reflektierten Lichtstrahl?
  - Wo und unter welchem Winkel schneidet der reflektierte Lichtstrahl die  $x$ -Achse?
- 

#### Aufgabe 5

5.1 Gegeben ist die Quadratische Gleichung  $ax^2 + 2ax - 2x + a = 0$  ( $a \in \mathbb{R}$ ) mit der Variablen  $x$ .  
Berechne den Parameter  $a$  derart, dass die Differenz der Lösungen dieser Gleichung 1 beträgt.

5.2 Bestimme die Lösungsmenge des Gleichungssystems:

$$\left. \begin{array}{l} \text{(I)} \quad \ln x + 2 \ln y = 5 \\ \text{(II)} \quad 3 \ln x - \ln y = 1 \end{array} \right\}$$

5.3 Zu einem festen  $a$  ist eine Parabel durch die Funktion  $f(x) = x^2 - 2ax + a^2 - a + 2$  gegeben ( $a \in \mathbb{R}$ ).

Bestimme die Koordinaten von Scheitel und Nullstellen in Abhängigkeit von  $a$ . Für welche reelle Zahl  $a$  enthält die Parabel den Punkt  $P(0/2)$ ?

---

#### Aufgabe 6

6.1 Ein Kreis  $k$  enthält den Punkt  $P(-1/1)$ , berührt die Gerade  $y = 9$  und hat seinen Mittelpunkt  $M$  auf der Geraden  $x - y + 1 = 0$ .

Bestimme die Kreisgleichung.

6.2 Von einem allgemeinen Dreieck  $ABC$  kennt man folgende Grössen:  $b = \overline{AC} = 10$  cm, Flächeninhalt des Umkreises  $A_o = 64\pi$  cm<sup>2</sup>, Winkel  $\alpha = \angle BAC = 30^\circ$ .

Berechne die weiteren Seiten und Winkel des Dreiecks.