

# Eidgenössische Maturitätsprüfung

## Mathematik Normales Niveau

### Herbst 1997, Basel



www.mathenachhilfe.ch  
info@mathenachhilfe.ch  
079 703 72 08

- Bei jeder Aufgabe soll mit einer neuen Seite begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Resultate sollen nach Möglichkeit exakt angegeben werden, d.h. Wurzeln, gekürzte Brüche,  $\pi$ , ... stehenlassen. Dezimalbrüche sind auf 3 wesentliche Ziffern zu runden.
- Die Lösung jeder Aufgabe wird mit 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 braucht die maximale Punktesumme nicht erreicht zu werden.

#### Aufgabe 1

Die Funktionen  $f(x) = \frac{8x - 4}{x^2}$  und  $g(x) = 2(1 - 2x)e^{-x}$  sind gegeben.

- Bestimme Nullstellen, Asymptoten, Extrema, Wendepunkte von  $f$  und  $g$  und zeichne ihre Graphen im gleichen Koordinatensystem (Einheit: 1 cm).
- Zeige, dass  $G(x) = 2(1 + 2x)e^{-x}$  eine Stammfunktion von  $g$  ist.
- Bestimme den Inhalt der Fläche, welche zwischen  $x = 10$  und den Kurven  $f$  und  $g$  eingeschlossen ist.

#### Aufgabe 2

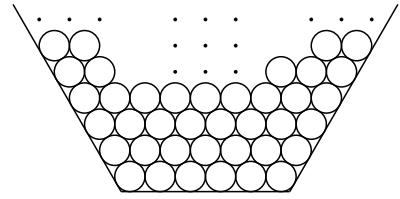
Die Parabel  $p : x^2 - 8x - 4y = 0$  ist gegeben.

- Bestimme bei der Funktion  $y = a \cdot \sqrt{x}$  den Parameter  $a$  so, dass ihr Graph die Parabel  $p$  bei  $x = 9$  schneidet. Zeichne beide Kurven ins gleiche Koordinatensystem (Einheit 1 cm).
- Unter welchem Winkel schneiden sich die beiden Kurven?
- Dem von der Parabel  $p$  und der  $x$ -Achse begrenzten Flächenstück wird ein rechtwinkliges Dreieck  $OPQ$  mit dem rechten Winkel bei  $Q$  einbeschrieben.  $O$  ist der Ursprung des Koordinatensystems,  $P$  liegt auf der Parabel  $p$ ,  $Q$  auf der  $x$ -Achse. Bestimme die Koordinaten des Punktes  $P$  so, dass der Flächeninhalt des Dreiecks  $OPQ$  maximal wird.

### Aufgabe 3

Ein gleichschenkliges Trapez ist so beschaffen, dass man ihm schichtweise Kreise mit dem Radius  $r = 10$  cm einbeschreiben kann:

- insgesamt sind es 1020 Kreise
- die unterste Schicht enthält 6 Kreise, jede folgende Schicht enthält einen Kreis mehr als die darunterliegende
- benachbarte Kreise berühren sich bzw. die Trapezseiten (siehe Figur).



- Wie viele Schichten sind es?
  - Welche Höhe hat das Trapez?
- 

### Aufgabe 4

Vom Dreieck  $ABC$  kennt man folgendes:  $A(5/8)$ ,  $B(-4/-4)$ ; der Umfang beträgt 32 Einheiten;  $b = \overline{AC}$  ist um 9 Einheiten länger als  $a = \overline{BC}$ .

- Wie lange sind die Seiten  $a, b, c$  ?
  - Welche Koordinaten hat die Ecke  $C$  ?
  - Wie gross ist der Winkel  $\gamma = \angle BCA$  ?
- 

### Aufgabe 5

Am Basketballtraining nehmen die Spieler  $A, B$  und  $C$  teil; sie üben Freiwürfe. Dabei treffen sie mit den Wahrscheinlichkeiten  $\frac{2}{3}$  für  $A$ ,  $\frac{3}{5}$  für  $B$  und  $\frac{3}{4}$  für  $C$ .

- Jeder wirft einmal. Berechne die Wahrscheinlichkeit, ...
    - ... dass es mindestens einen Treffer gibt.
    - ... dass es genau einen Treffer gibt.
  - Die Spieler werfen in der Reihenfolge  $ABCABCABC$  höchstens je drei Würfe; sie hören auf, sobald einer der Spieler einen Treffer erzielt hat. Berechne die Wahrscheinlichkeit, ...
    - ... dass dieser Treffer von  $B$  stammt.
    - ... dass einer der ersten vier Würfe ein Treffer ist.
- 

### Aufgabe 6

Einem regulären Fünfeck mit der Seitenlänge 30 cm wird der Inkreis einbeschrieben, diesem Kreis wird nun wieder ein zweites Fünfeck einbeschrieben, diesem wieder ein Kreis, ... , usw. ... ohne Ende. Berechne ...

- ... den Flächeninhalt des ersten Fünfecks.
- ... den Flächeninhalt des zehnten Fünfecks.
- ... die Summe der Flächeninhalte aller Fünfecke.