

Eidgenössische Maturitätsprüfung

Mathematik Normales Niveau

Frühling 1998, Bern



www.mathenachhilfe.ch
info@mathenachhilfe.ch
079 703 72 08

- Für jede Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Resultate können als Dezimalbrüche angegeben werden. Runde in solchen Fällen das Endresultat auf drei Stellen nach dem Komma.

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion $f(x) = -(k^2 + k)x^2 + kx$ (k ist ein positiver reeller Parameter).

- Zeichne die Graphen der Funktion zu den Parameterwerten $k = 1$ und $k = 4$.
- Gib die Nullstellen und den Scheitelpunkt von f in Abhängigkeit von k an.
- Berechne den Inhalt A der Fläche des beschränkten Flächenstücks zwischen $f(x)$ und der x -Achse in Abhängigkeit von k .
- Weise nach, dass die Parabelscheitel für jede Wahl von k auf ein und derselben Geraden liegen.

Aufgabe 2

Verbinde einen beliebigen Punkt $P(x/y)$ auf dem Kreis mit der Gleichung $x^2 + y^2 = 1$ mit dem Ursprung O des Koordinatensystems. Verbinde dann P mit dem Punkt $P(a/0)$, $0 < a < 1$.

- Bestimme denjenigen Wert von x , für welchen der Winkel zwischen \overline{PO} und \overline{PA} am grössten ist.
- Berechne den maximalen Winkel für $a = 0.6$.

Aufgabe 3

- Der Vektor \vec{a} ist dreimal so lang wie der Vektor $\vec{b} \neq \vec{0}$. Das Skalarprodukt $\vec{b} \cdot (2\vec{a} + 3\vec{b})$ ist Null. Berechne den Zwischenwinkel von \vec{a} und \vec{b} .
- Wie lautet die Gleichung einer Ursprungsgeraden g , deren Abschnitt zwischen den beiden Geraden $g_1: 2x - 4y + 7 = 0$ und $g_2: 2x - 2y - 5 = 0$ vom Ursprung des Koordinatensystems halbiert wird?

Aufgabe 4

Ein Würfel, der die Zahlen 1,2,3,4,5 und 6 je mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$ liefert, wird viermal nacheinander geworfen.

Berechne die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

- 4.1 Es werden genau vier verschiedene Zahlen geworfen.
 - 4.2 Die Zahl 4 wird genau einmal geworfen.
 - 4.3 Die Zahlen 2 und 5 werden gleich oft geworfen.
 - 4.4 Es wird keine 1, aber mindestens eine 2 geworfen.
-

Aufgabe 5

Die beiden Kurzaufgaben sind voneinander unabhängig.

- 5.1 Bestimme alle reellen Lösungspaare des Gleichungssystems

$$\left. \begin{array}{l} \text{(I)} \quad 2 \lg x + y = 4 \\ \text{(II)} \quad x^{2y} = 1000 \end{array} \right\}$$

($\lg x$ ist der Logarithmus zur Basis 10 von x .)

- 5.2 Ein gerades quadratisches Prisma hat Grundkanten der Länge 2 und die Höhe der Länge 1. Ein zweites gerades quadratisches Prisma hat die gleiche Oberfläche und gleiches Volumen wie das erste, jedoch andere Kantenlängen.

Wie lang sind die Kanten des zweiten Prismas?