

Eidgenössische Maturitätsprüfung

Mathematik Normales Niveau

Herbst 1999, Basel



www.mathenachhilfe.ch
info@mathenachhilfe.ch
079 703 72 08

- Die Lösung jeder Aufgabe wird mit 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 müssen mindestens 50 Punkte erzielt werden.

Aufgabe 1

Gegeben sind die zwei Funktionen $f(x) = ax$ und $g(x) = \sqrt{2 - ax}$, ($a > 0$).

- Skizziere die beiden Funktionen für $a = 4$.
- Das von den beiden Funktionen und der x -Achse eingeschlossene Flächenstück rotiere um die x -Achse. Wie ist a zu bestimmen, damit das Volumen des Rotationskörpers π Volumeneinheiten beträgt?
- Wie ist a zu wählen, damit sich die Funktion unter einem rechten Winkel schneiden?

Aufgabe 2

Die Funktion $f(x) = \left(a - \frac{1}{2}e^x\right)^2 - 1$ mit $a > 0$ ist gegeben.

- Für welchen Wert von a hat die Funktion bei $x = 1$ einen Wendepunkt?
- Diskutiere die Funktion für $a = 1$ und zeichne ihren Graphen (Einheit: 1 cm).
- Bestimme für $a = 1$ die im 3. Quadranten liegende und nach links nicht begrenzte Fläche zwischen der Funktionskurve und den Koordinatenachsen.

Aufgabe 3

In einer Schachtel A befinden sich 6 gute und 4 defekte Glühbirnen, in einer Schachtel B befinden sich gute und defekte Glühbirnen.

- 4 Glühbirnen in Schachtel A werden eine nach der anderen zufällig ausgewählt und getestet. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit ...
 - ... alle 4 defekten Glühbirnen getestet zu haben?
 - ... mindestens 2 defekte Glühbirnen getestet zu haben?
- Aus jeder Schachtel wird eine Glühbirne gezogen und getestet. Die Wahrscheinlichkeit, dass genau eine davon defekt ist, beträgt $\frac{11}{25}$. Legt man vor dem Ziehen in die Schachtel B zusätzlich eine gute Glühbirne (nicht aus der Schachtel A stammend), so beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass genau eine der gezogenen Glühbirnen defekt ist, $\frac{24}{55}$.

Wie viele defekte und wie viele gute Glühbirnen hat es in der Schachtel B ?

Aufgabe 4

Gegeben ist die Gerade g mit der Gleichung $4x - 3y - 18 = 0$. Ein Kreis k_1 mit dem Mittelpunkt $M_1(20/29)$ berührt die Gerade g .

- a) Bestimme rechnerisch die Gleichung des Kreises k_1 .
 - b) Der Kreis k_1 rollt auf der Geraden g so weit nach unten, bis er erstmals die y -Achse berührt. Der Kreis in dieser Endlage heiße k_2 .
Welche Gleichung hat der Kreis k_2 ?
 - c) Berechne den Inhalt des endlichen Flächenstücks, das durch die Gerade g , die y -Achse und die Peripherie des Kreises k_2 begrenzt wird.
-

Aufgabe 5

Einem Würfel mit der Kante $a = 8$ cm ist eine senkrechte quadratische Pyramide mit minimalem Rauminhalt so umzubeschreiben, dass vier Ecken in der Grundfläche der Pyramide und die anderen vier Ecken auf den Seitenkanten der Pyramide liegen.

Welche Kantenlänge hat die Pyramide?

(Zeige auch, dass der Rauminhalt bei der gefundenen Lösung minimal ist!)

Aufgabe 6

- 6.1
 - a) Wie viele Geraden sind durch 31 Punkte in allgemeiner Lage bestimmt?
 - b) Wie viele Geraden sind es, wenn von den 31 Punkten 13 auf einer Geraden liegen?
 - c) Wie viele Diagonalen besitzt ein Zehneck?
 - d) Wie viele Raumdiagonalen besitzt ein Dodekaeder?

6.2 Bestimme die Lösungen folgender Gleichungen:

e) $4^{x+1} + 5^x = 5^{x+1} - 4^{x+2}$

f) $\sqrt{x^{\log \sqrt{x}}} = 10$ (log bedeutet Logarithmus zur Basis 10).