

# Eidgenössische Maturitätsprüfung

## Mathematik Normales Niveau

### Herbst 2000, St. Gallen



www.mathenachhilfe.ch  
info@mathenachhilfe.ch  
079 703 72 08

- Für jede Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Resultate sollen nach Möglichkeit exakt angegeben werden, d.h. Wurzeln, gekürzte Brüche,  $\pi$ , ... stehenlassen. Dezimalbrüche sind auf 3 wesentliche Ziffern zu runden.
- Jede Aufgabe wird mit 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 braucht die maximale Punktzahl nicht erreicht zu werden.

#### Aufgabe 1

- 1.1 Einem Quadrat mit der Seitenlänge  $2a$  ist ein quadratischer Parabelbogen so einzubeschreiben, dass er durch zwei benachbarte Ecken und die gegenüberliegende Seitenmitte geht und zu einer Mittelparallelen des Quadrates symmetrisch ist.
- Wähle die Lage des Quadrates im Koordinatensystem so, dass die Parabelgleichung eine möglichst einfache Form annimmt.  
Wie lautet die Gleichung?
  - In welchem Verhältnis wird die Quadratfläche durch die Parabel geteilt?
- 1.2 Der Graph der Funktion  $y = 2^{x-1}$  schliesst mit dem Graphen ihrer Umkehrfunktion ein endliches Flächenstück ein.
- Skizziere die Funktion. Wie lautet die Gleichung der Umkehrfunktion in expliziter Form?
  - Berechne den Inhalt der betrachteten Fläche.

#### Aufgabe 2

Die Funktion mit der Gleichung  $y = \frac{2}{x^2 + 1}$  ist gegeben.

- Skizziere den Graphen mit Hilfe der Extremal- und Wendepunkte.
- Bestimme die Koordinaten derjenigen Kurvenpunkte, deren Abstand vom Ursprung minimal ist und charakterisiere den Abstand des Kurvenpunktes bei  $x = 0$  vom Ursprung.

### Aufgabe 3

- 3.1 in einer Urne liegen 5 rote, 4 schwarze und 2 weisse Kugeln. Mit einem Griff werden 3 Kugeln gezogen.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind die 3 Kugeln gleichfarbig?
  - Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 2 Kugeln mit der gleichen Farbe dabei sind?
- 3.2 Betrachte die beiden Kurven  $y = \sin x$  und  $y = \cos 2x$  im Intervall  $[0, 2\pi]$ . Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte sowie die Schnittwinkel.
- 

### Aufgabe 4

Drei Kreise sind die folgenden Gleichungen gegeben:

$$x^2 + y^2 + 10x = 0 \quad x^2 + y^2 - 10x = 0 \quad x^2 + y^2 - 30y + 200 = 0$$

- Erstelle eine Skizze der Situation. (Einheiten mind. 2 Häuschen)
  - Bestimme die Gleichungen jenes Kreises der die drei gegebenen von aussen berührt. Beachte: Bei äusserer Berührung umschliesst kein Kreis den anderen.
  - Wie lauten die Koordinaten der Berührungspunkte und die Gleichungen der Berührtangenten?
- 

### Aufgabe 5

- 5.1 Eine halbkugelförmige Schale sei ganz mit Wasser gefüllt.  
Welcher Bruchteil des Wassers fliesst aus, wenn die Schale um  $30^\circ$  geneigt wird?
- 5.2  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  seien zwei aufeinander senkrecht stehende, gleichlange Vektoren. Die Vektoren  $\vec{p}$  und  $\vec{q}$  werden nach folgender Vorschrift gebildet:
- $$\vec{p} = 6\vec{a} + 8\vec{b}$$
- $$\vec{q} = 7\vec{b} - \vec{a}$$
- Wie gross ist der Winkel zwischen  $\vec{p}$  und  $\vec{q}$ ?