

# Eidgenössische Maturitätsprüfung

## Mathematik Normales Niveau

### Frühling 2001, Bern



www.mathenachhilfe.ch  
info@mathenachhilfe.ch  
079 703 72 08

- 
- Für jede Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden.
  - Resultate sollen nach Möglichkeit exakt angegeben werden, d.h. Wurzeln, gekürzte Brüche,  $\pi$ , ... stehenlassen. Dezimalbrüche sind auf 3 wesentliche Ziffern zu runden.
  - Jede Aufgabe wird mit 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 braucht die maximale Punktsomme nicht erreicht zu werden.
- 

#### Aufgabe 1

Der Graph der Funktion  $f(x) = x^2$  werde um  $k$  Einheiten ( $k > 0$ ) nach rechts verschoben. Dadurch erhält man den Graphen einer neuen Funktion  $g(x)$ .

- Bestimme den Inhalt der Fläche  $A$  (in Abhängigkeit von  $k$ ), die der Graph der Funktion  $g(x)$  mit den beiden Koordinatenachsen im 1. Quadranten einschliesst.
  - Im Schnittpunkt des Graphen der Funktion  $g(x)$  mit der  $y$ -Achse wird die Tangente an diesen Graphen gelegt. Dadurch wird die Fläche in zwei Teilflächen  $A_1$  und  $A_2$  zerlegt. Bestimme das Verhältnis von  $A_1$  und  $A_2$  für  $k = 2$ .
  - Untersuche, ob das Verhältnis  $A_1 : A_2$  von der Wahl für  $k$  abhängig ist.
- 

#### Aufgabe 2

Ein Dreieck  $ABC$  sei durch die Koordinaten seiner Ecken  $A(-3/3)$ ,  $B(6/0)$  und  $C(5/7)$  gegeben.

- Berechne den Innenwinkel dieses Dreiecks und die Winkel, welche die Gerade  $b$  (durch die Punkte  $A$  und  $C$ ) mit den Koordinatenachsen einschliesst.
- Welchen Abstand hat die Gerade  $a$  (durch die Punkte  $B$  und  $C$ ) vom Ursprung?
- Bestimme die Gleichung des Umkreises des Dreiecks  $ABC$ .

### Aufgabe 3

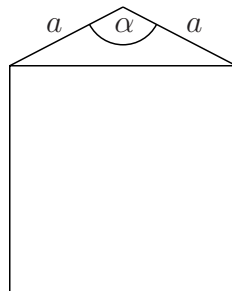
In einer Urne befinden sich 20 weisse und 25 schwarze Kugeln, die sich nur durch ihre Farbe unterscheiden.

- Man zieht zufällig nacheinander alle 45 Kugeln. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die drei zuletzt gezogenen Kugeln alle weiss sind?
- Man zieht zufällig und gleichzeitig 5 Kugeln. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter diesen 5 Kugeln höchstens 3 weisse Kugeln befinden?
- Man zieht nun gleichzeitig und wieder zufällig zwei Kugeln. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass die beiden gezogenen Kugeln die gleiche Farbe besitzen.
- Untersuche, ob es eine natürliche Zahl  $n$  gibt, für die folgende Aussage wahr ist:  
Durch Hinzulegen oder Wegnahme von je  $n$  weissen und  $n$  schwarzen Kugeln ist die Wahrscheinlichkeit für das Ziehen von zwei gleichfarbigen Kugeln genau  $\frac{1}{2}$ . (Es werden wie bei Teilaufgabe c) wieder zwei Kugeln gleichzeitig gezogen.)

---

### Aufgabe 4

Es werden gleichschenklige Dreiecke mit der festen Schenkellänge  $a$  und dem von den Schenkeln eingeschlossenen Winkel  $\alpha$  betrachtet. Über der Basis des Dreiecks wird das Quadrat errichtet.



Wie gross muss  $\alpha$  gewählt werden, damit die totale Fläche von Dreieck und Quadrat möglichst gross wird?

---

### Aufgabe 5

Löse die folgenden Kurzaufgaben:

5.1 Bestimme alle Lösungen des folgenden Gleichungssystems:

$$\left. \begin{array}{l} \text{(I)} \quad 2^{x+y} = 32 \\ \text{(II)} \quad \lg(x+7) = 2 - \lg(2y+6) \end{array} \right\}$$

5.2  $p_1$  und  $p_2$  seien zwei verschiedene Primzahlen. Die Zahl 75 ist ein Teiler der Zahl  $z = p_1^2 \cdot p_2^2$ . Bestimme eine solche Zahl  $z$  und alle Teiler von  $z$ .

5.3 Bestimme alle  $x$  mit  $0 \leq x \leq 2\pi$ , welche die folgende Ungleichung erfüllen:

$$\cos x \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 0$$