# Eidgenössische Maturitätsprüfung
# Mathematik Normales Niveau
# Frühling 2002, Zürich



---

- Für jede Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Resultate sollen nach Möglichkeit exakt angegeben werden, d.h. Wurzeln, gekürzte Brüche, $\pi$, ... stehenlassen. Dezimalbrüche sind auf 3 wesentliche Ziffern zu runden.
- Jede Aufgabe wird mit 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 braucht die maximale Punktsumme nicht erreicht zu werden.

---

**Aufgabe 1**

Gegeben ist die Funktion $f$ mit $f(x) = 2x^3 - ax^2$, wobei $a$ ein positiver Parameter ist.

a) Skizziere für den Spezialfall $a = 4$ den Graphen von $f$ mit Hilfe der Nullstellen, Extremalpunkte und Wendepunkte.

b) Wie ist $a$ zu wählen, damit der Schnittwinkel von $f$ mit der positiven $x$-Achse $45°$ beträgt?

c) Wie ist $a$ zu wählen, damit der Flächeninhalt zwischen $f$ und der positiven $x$-Achse gleich 216 ist?

---

**Aufgabe 2**

a) Skizziere den Graphen der Funktion $f$ mit $f(x) = \dfrac{4x}{x^2+2}$ mit Hilfe der errechneten Nullstellen, Extremalpunkte und Asymptote.

Die Kurve $y = c \cdot \sin(d \cdot x)$ hat zwei aufeinanderfolgende Extremalpunkte, welche mit den beiden Extremalpunkten von $f$ zusammenfallen sollen. Berechne für diesen Fall $c$ und $d$.

b) Wie gross ist $a$ zu wählen, damit sich die Kurven mit den Gleichungen $y = a\sqrt{x}$ und $y = e^x$ berühren?

---

**Aufgabe 3**

a) Auf den höchsten Punkt einer Kugel mit Radius 12 wird eine zweite Kugel mit Radius 3 gestellt. Dem so entstehenden Körper wird ein gerader Kreiskegel mit gleicher Symmetrieachse umbeschrieben. Berechne das Volumen dieses Kegels.

b) Eine quaderförmige Kiste deren Länge 6 mal so lang ist wie deren Breite, hat eine Oberfläche von $9\,\mathrm{m}^2$. Wie gross ist der maximale Rauminhalt dieser Kiste?

**Aufgabe 4**

a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, mit 5 Spielwürfeln mindestens 2 Fünfer zu werfen?

b) Um einen runden Tisch mit $n$ Stühlen nehmen die Personen $A, B, C, \ldots$ zufällig Platz. Wie gross muss $n$ sein, damit die Wahrscheinlichkeit, dass die zwei verfeindeten Personen $A$ und $B$ nicht nebeneinander sitzen, grösser als 0.9 ist?

c) Gegeben sind die Punkte $A\,(a/0/0)\,, B\,(0/b/0)\,, C\,(0/0/c)$ und $O\,(0/0/0)$. Dabei werden die Koordinaten $a, b$ und $c$ mit einem Spielwürfel erzeugt. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Volumen der Pyramide $OABC$ gleich 1 ist?

---

**Aufgabe 5**

Skizziere die Gerade $g$ mit der Gleichung $x + 2y - 24 = 0$, zusammen mit den Punkten $A\,(5/2)$ und $B\,(15/2)$.

a) Berechne die Koordinaten aller Punkte auf $g$, welche von den Koordinatenachsen den gleichen Abstand haben.

b) $AB$ ist die Hypothenuse eines rechtwinkligen Dreiecks $ABC$, dessen Ecke $C$ auf $g$ liegt. Berechne die Koordinaten von $C$.

c) Berechne die Koordinaten aller Punkte auf der Geraden $AB$, welche von $g$ den Abstand $5\sqrt{5}$ haben.