

Eidgenössische Maturitätsprüfung

Mathematik Normales Niveau

Herbst 2002, Bern



www.mathenachhilfe.ch
info@mathenachhilfe.ch
079 703 72 08

- Für jede Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden.
- Resultate sollen nach Möglichkeit exakt angegeben werden, d.h. Wurzeln, gekürzte Brüche, π , ... stehenlassen. Dezimalbrüche sind auf 3 wesentliche Ziffern zu runden.
- Jede Aufgabe wird mit 10 Punkten bewertet. Die maximale Punktesumme braucht für die Note 6 nicht erreicht zu werden.

Aufgabe 1

Im Einheitsquadrat $O(0/0) A(1/0) B(1/1) C(0/1)$ wird der Graph der Funktion f mit der Vorschrift $f(x) = x^2$ eingezeichnet.

Man wählt nun einen Punkt P auf dem Graphen von f (zwischen O und B) und legt durch P die Horizontale und die Vertikale. Man betrachte dann die zwei Rechtecke mit den Diagonalen AP beziehungsweise CP .

- Bestimme denjenigen Punkt P , für den die Summe der Flächeninhalte der beiden Rechtecke möglichst gross wird.
- Der Schnittpunkt der Strecke AC mit dem Graphen von f sei Q .
Untersuche, ob die Punkt P und Q identisch sind.

Aufgabe 2

Man würfelt nacheinander mit drei echten Würfeln; die erzielten Augenzahlen seien X_1, X_2 und X_3 . Man bildet dann $S = X_1 \cdot X_2 \cdot X_3$.

- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass $X_1 = X_2 = X_3$ gilt?
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass $X_3 > X_1 + X_2$ gilt?
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass S ohne Rest durch 5 teilbar ist?
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass S eine Primzahl ist?

Aufgabe 3

Gegeben sei der Kreis mit Mittelpunkt $M(3/9)$ und Radius $r = 5$.

Im Punkt $L(-11/11)$ startet ein Strahl mit dem Richtungsvektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; dieser Strahl wird am Kreis reflektiert.

- Berechne den Punkt R , in welchem der Strahl reflektiert wird.
- Untersuche, ob der reflektierte Strahl durch den Koordinatenursprung geht.

Aufgabe 4

Der Graph der Funktion f mit der Vorschrift $f(x) = a \cdot \sin x + b \cdot \cos x$ (a, b reell) geht durch die Punkte $P(\frac{1}{4}\pi/0)$ und $Q(\frac{1}{2}\pi/1)$.

- Bestimme a und b .
 - Berechne die Nullstellen, Extremalstellen und Wendestellen von f und skizziere den Graphen von f im Intervall $[0, 2\pi]$.
 - In den Wendepunkten des Graphen von f werden die Wendetangenten gezeichnet.
Bestimme den Schnittwinkel der Wendetangenten und den Inhalt der Flächen, welche von den Wendetangenten und vom Graphen von f eingeschlossen werden.
-

Aufgabe 5

Löse die folgenden Kurzaufgaben:

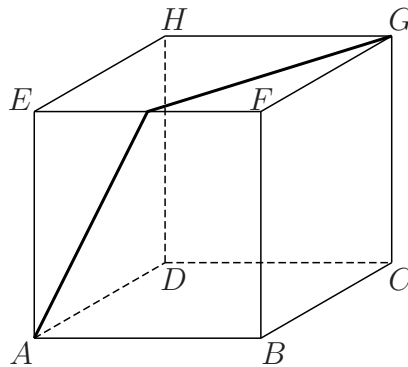
5.1) Bestimme alle reellen Lösungspaare (x/y) des folgenden Gleichungssystems:

$$\left. \begin{array}{l} \text{(I)} \quad x + \lg y = 3 \\ \text{(II)} \quad (y^2)^x = 10^4 \end{array} \right\}$$

($\lg y$ ist der Logarithmus von y zur Basis 10)

5.2) Gegeben sei ein Würfel $ABCDEFGH$ mit der Kantenlänge k .

Wie lang ist der kürzeste Weg auf der Würfeloberfläche von der Ecke A zur gegenüberliegenden Ecke G ?



5.3) Bestimme zwei natürliche Zahlen a und b , für welche die Differenz ihrer Quadrate 39 ist.

Wie viel solche Paare gibt es?