

Eidgenössische Maturitätsprüfung

Mathematik Normales Niveau

Herbst 2003, Bern



www.mathenachhilfe.ch
info@mathenachhilfe.ch
079 703 72 08

- Für jede Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden.
- Resultate sollen nach Möglichkeit exakt angegeben werden, d.h. Wurzeln, gekürzte Brüche, π , ... stehenlassen. Dezimalbrüche sind auf 3 wesentliche Ziffern zu runden.
- Jede Aufgabe wird mit maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 werden 40 Punkte benötigt.

Aufgabe 1

Für jede positive reelle Zahl a ist durch $f(x) = \frac{x^3 - a}{x^2}$ eine Funktion gegeben.

- Bestimme a so, dass die Funktion für $x = -2$ ein Extremum besitzt.
Diskutiere die erhaltene Funktion vollständig (Nullstellen, Extremal- und Wendestellen, Asymptoten) und zeichne den Graphen.
- Bestimme den Winkel, unter dem der Graph der in a) bestimmten Funktion die x -Achse schneidet.
Zeige, dass dieser Winkel unabhängig von a ist.
- Der Graph der in a) bestimmten Funktion schliesst mit der schiefen Asymptote und der x -Achse im 1. Quadranten eine ins Unendliche reichende Fläche ein.
Bestimme deren Inhalt.

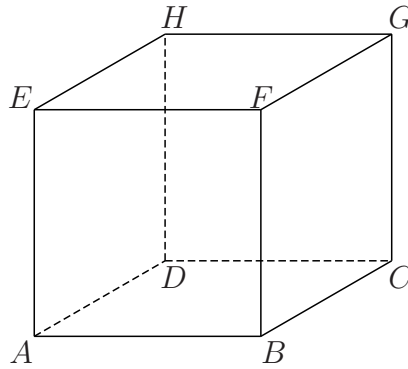
Aufgabe 2

Der Kreis K geht durch die Punkte $A(12/13)$ und $B(21/16)$; sein Mittelpunkt liegt auf der Geraden g mit der Gleichung $2x + 3y - 80 = 0$.

- Berechne die Koordinaten des Mittelpunktes M und den Radius r des Kreises.
- Bestimme die Länge des Kreisbogens AB (wähle denjenigen Bogen, dessen Zentriwinkel kleiner als 180° ist).
- Die beiden Kreistangenten in A und in B schliessen mit diesem Kreisbogen eine Fläche ein.
Bestimme den Inhalt dieser Fläche.

Aufgabe 3

Gegeben ist der Würfel $ABCDEFGH$ mit der Kantenlänge 1.



In einer Urne befinden sich nun 8 Kugeln, bezeichnet mit A, B, C, \dots, H .

- a) Man zieht zufällig zwei Kugeln (ohne Zurücklegen).

Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Abstand der beiden dadurch bestimmten Eckpunkten 1 ist?

- b) Man zieht zufällig drei Kugeln (ohne Zurücklegen).

Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die drei so bestimmten Eckpunkten ein gleichseitiges Dreieck bilden?

- c) Man zieht nun Kugeln mit Zurücklegen.

- 1) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass man nach 8 Ziehungen jede Kugel genau einmal gezogen hat?
- 2) Wie viele Ziehungen sind nötig, damit die Wahrscheinlichkeit, die Kugel A mindestens einmal zu ziehen, grösser als 99% wird?

Aufgabe 4

Vom Koordinatenursprung aus werden die Tangenten an den Graphen der Funktion $f(x) = a \cdot e^x$, $a > 0$ und an den Graphen der Umkehrfunktion von f gelegt.

- a) Erstelle eine Skizze für $a = 1$. Welchen Winkel schliessen die beiden Tangenten für $a = 1$ ein?

- b) Wie muss a gewählt werden, damit die beiden Tangenten zusammenfallen?

Bestimme den Inhalt der Fläche, welche von den beiden Graphen im 1. Quadranten eingeschlossen wird.

Aufgabe 5

Löse die folgenden von einander unabhängigen Aufgaben.

5.1) Bestimme (in der Grundmenge \mathbb{R}) die Lösungen der Ungleichung $\frac{2x}{x-2} < \frac{x}{x+1}$.

5.2) Bestimme alle Lösungen des folgenden Gleichungssystems;

$$\left. \begin{array}{l} \text{(I)} \quad 2 \cdot \ln x + 3 \cdot \ln y = 1 \\ \text{(II)} \quad x \cdot y = e^{-\frac{1}{3}} \end{array} \right\}$$

5.3) Von einem Dreieck kennt man den Flächeninhalt $A = 50 \text{ cm}^2$. Die Höhe h_c (Höhe auf c) ist gleich lang wie die Seite c . Der der Seite c anliegende Winkel α ist 60° .

Bestimme alle Seiten und alle Winkel dieses Dreiecks.

