

Eidgenössische Maturitätsprüfung

Mathematik Normales Niveau

Herbst 2004, Basel



www.mathenachhilfe.ch
info@mathenachhilfe.ch
079 703 72 08

- Jede Aufgabe wird mit 12 Punkten bewertet. Für die Note 6 wird nicht die maximale Punktzahl verlangt.

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion $f : f(x) = a + \frac{b}{x^2}$ mit den Parametern a und b .

- a) Bestimme a und b so, dass der Graph von f durch den Punkt $B(1/2)$ verläuft und die Tangente t in B parallel zur Geraden mit der Gleichung $12x + 2y + 5 = 0$ ist.

(Falls a) nicht gelöst werden konnte, sind für die folgenden Teilaufgaben $a = -0.5$ und $b = 2.5$ zu wählen.)

- b) Bestimme die Gleichung der Tangente t und ihren Schnittpunkt A mit der x -Achse.
- c) Die Strecke AB , die x -Achse und der Graph von f begrenzen zusammen ein Flächenstück. Berechne mit den in a) berechneten Werten von a und b dessen Inhalt.

Aufgabe 2

- a) Gegeben sind die Funktionen $f : f(x) = 4 \cdot e^{\frac{1}{2}x} - 1$ und $g : g(x) = -x^2 + 2x + 3$.
Zeige, dass f und g in ihrem Schnittpunkt mit der y -Achse eine gemeinsame Tangente besitzen.
- b) Wir betrachten nun die aus f und g zusammengesetzte Funktion

$$h(x) = \begin{cases} 4 \cdot e^{\frac{1}{2}x} - 1 & \text{für } x \leq 0 \\ -x^2 + 2x + 3 & \text{für } x > 0 \end{cases}$$

Skizziere den Graphen der Funktion h und berechne den Inhalt der Fläche, welche der Graph von h und die x -Achse umschliessen.

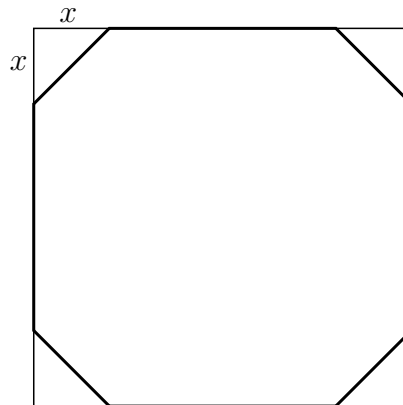
Aufgabe 3

Gegeben ist ein Quadrat mit Seitenlänge 1. An allen vier Ecken werden kongruente gleichschenklige Dreiecke mit Schenkellänge x ($0 \leq x \leq 0.5$) abgeschnitten (siehe Figur). Es entsteht ein 8-Eck.

- Berechne den Umfang und Flächeninhalt des 8-Ecks in Abhängigkeit von x .
- Für welches x ist das 8-Eck regelmässig und wie gross ist dann der Umkreis?
- Betrachte das Verhältnis Umfang zu Flächeninhalt.

Wie muss man x wählen, damit dieses Verhältnis möglichst klein ist?

(Bestimme die Lösung genähert auf 3 signifikante Ziffern genau.)



Aufgabe 4

Gegeben ist das Dreieck $A(4/ - 2/ - 3)$, $B(2/6/13)$, $C(6/ - 1/17)$.

- Beweise, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist und berechne alle Winkel.
- Der Punkt D ergänze das Dreieck zu einem Rechteck $ABCD$.
Bestimme die Koordinaten von D und die des Mittelpunktes M des Rechtecks.
- S sei die Spitze einer geraden Pyramide mit Grundfläche $ABCD$. Die Höhe der Pyramide sei gleich lang wie die längere Seite der Grundfläche.
Bestimme S und das Volumen der Pyramide (1 Lösung genügt).

Aufgabe 5

5.1) Ein gewöhnlicher Spielwürfel werde 4 mal geworfen.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat das Produkt der 4 Augenzahlen den Wert 8.
- Wie viele solche 4-er Serien müsste man durchführen, damit der Produktwert 8 mit 90% Sicherheit mindestens einmal vorkommt?

5.2) Der Kreis k mit Radius $r = 10$ schneidet aus der x -Achse eine Sehne der Länge 12 heraus. Sein Mittelpunkt liegt auf der Geraden g mit der Gleichung $x + 2y = 0$.

- Bestimme die Gleichung von k .
- Vom Nullpunkt aus werden die Tangenten an den Kreis k gelegt. Unter welchem Winkel schneiden sich diese beiden Tangenten?