

Eidgenössische Maturitätsprüfung

Mathematik Normales Niveau

Herbst 2005, Basel



www.mathenachhilfe.ch
info@mathenachhilfe.ch
079 703 72 08

- Für jede Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Resultate sollen nach Möglichkeit exakt angegeben werden, d.h. Wurzeln, gekürzte Brüche, π , ... stehenlassen. Dezimalbrüche auf 3 wesentliche Ziffern gerundet angeben.
- Die Punktverteilung pro Aufgabe ist:

Aufgabe	1a	1b	2a	2b	2c	3a	3b	4a	4b	4c	5a	5b	5c	5d
Punkte	6	3	2	2	4	3	6	2	3	3	3	4	3	3

Für die Maximalnote sind höchstens 40 Punkte zu erzielen. Die restlichen Punkte bis zur maximalen Punktzahl entsprechen fakultativen Aufgaben.

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{-8x}{4+x^2}$.

- Berechne die Koordinaten der Extrempunkte und der Nullstellen von f . Untersuche die Funktion f auf Symmetrie und Asymptoten. Zeichne den Graphen der Funktion.
- Beweise, dass alle Wendepunkte von f auf einer Geraden liegen und gib eine Gleichung für diese Gerade an.

Aufgabe 2

Gegeben ist der Kreis k mit der Gleichung $x^2 + y^2 - 40x + 231 = 0$.

- Bestimme den Mittelpunkt sowie den Radius von k .
- Vom Punkt $P(0/17)$ werden die Tangenten an k gelegt. Berechne den Winkel zwischen den beiden Tangenten.
- Um wie viel ist k parallel zur y -Achse zu verschieben, damit der verschobene Kreis die Gerade $4x - 3y = 0$ berührt?

Aufgabe 3

Gegeben ist die Funktion $f(x) = 2x^2 - 3$.

- Gesucht sind die Schnittpunkte von f mit der Kurve $y = \frac{45}{x}$.
 - Gesucht sind die Gleichungen aller Funktionen g , deren zweite Ableitung f ergibt. Bestimme zudem die Gleichung von g so, dass der Graph von g die x -Achse berührt und symmetrisch zur y -Achse verläuft.
-

Aufgabe 4

- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, mit 5 Spielwürfeln mindestens 4 Sechser zu werfen?
 - In einer Urne hat es gelbe und blaue Kugeln. Die Wahrscheinlichkeit, eine gelbe Kugel zu ziehen beträgt 0.3. Die Wahrscheinlichkeit, dass zwei gleichzeitig herausgenommene Kugeln blau sind, beträgt $\frac{217}{445}$. Wie viele Kugeln befinden sich in der Urne?
 - Eine Münze habe die beiden gleich wahrscheinlichen Ausfälle "Kopf" oder "Zahl". Wie oft hat man diese Münze zu werfen, damit man mit einer Wahrscheinlichkeit von 99.99% mindestens ein mal "Zahl" geworfen hat?
-

Aufgabe 5

Voneinander unabhängige Kurzaufgaben:

- Gegeben ist die Funktion $f(x) = e^{ax}$ mit $a > 0$ konstant (e ist die Eulersche Zahl). Wie ist a zu wählen damit sich der Graphen von f und der Graph ihrer Umkehrfunktion f^{-1} berühren?
- Gegeben sind die Punkte $A(2/ - 4/1)$ und $B(-2/0/ - 3)$. M sei die Menge all jener Punkte P der xy -Ebene, so dass \overrightarrow{PA} auf \overrightarrow{PB} senkrecht steht. Zeige, dass M ein Kreis ist und berechne seinen Flächeninhalt.
- Gegeben ist die Funktion $g(x) = a \cdot \sin(bx)$ im Intervall $0 \leq x \leq \frac{\pi}{b}$.
Wie sind a und b zu wählen, damit g die Gerade $y = 2$ berührt und mit der x -Achse ein Flächenstück einschliesst, dessen Inhalt 6 ist?
- Gegeben sind die Punkte $A(1/2/3)$, $B(5/4/7)$ und $C(3/0/11)$.
Bestimme die Koordinaten der Punkte D so, dass \overrightarrow{AD} sowohl auf \overrightarrow{AB} als auch auf \overrightarrow{AC} senkrecht steht und dass \overrightarrow{AD} gleich lang ist wie \overrightarrow{AB} .