

# Folgen und Reihen

## Arithmetisch:

Folge:

$$a_0, a_1, a_2, \dots$$

endliche Reihe:

$$S_n = \sum_{k=0}^n a_k = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

unendliche Reihe:

$$S = \sum_{k=0}^{\infty} a_k = a_0 + a_1 + a_2 + \dots$$

$$a_n = a_0 + n \cdot d$$

$$S_n = (n+1) \cdot \frac{a_0 + a_n}{2} = \frac{n+1}{2} \cdot (a_0 + n \cdot d)$$

S existiert nicht, Reihe divergiert

## Geometrisch:

Folge:

$$a_0, a_1, a_2, \dots$$

endliche Reihe:

$$S_n = \sum_{k=0}^n a_k = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

unendliche Reihe:

$$S = \sum_{k=0}^{\infty} a_k = a_0 + a_1 + a_2 + \dots$$

$$a_n = a_0 \cdot q^n$$

$$S_n = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$$

$$S = a_0 \cdot \frac{1}{1 - q}$$

← nur für  $|q| < 1$ , ansonsten divergent

## Anwendungen:

Lineares Wachstum:

$$K = K_0 + n \cdot d$$

Exponentielles Wachstum:

$$K = K_0 \cdot q^n$$

wobei  $q = 1 \pm \frac{p}{100}$

Renten nachschüssig:

$$K = K_0 \cdot q^n \pm R \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Rente vorschüssig:

$$K = K_0 \cdot q^n \pm R \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Dabei:  $K_0$  = Startkapital  
 $K$  = Endkapital  
 $R$  = Jährliche Rate

$q = 1 \pm \frac{p}{100}$  = Wachstumsfaktor  
 $d$  = jährlicher Zuwachs

## Spezielle Reihen:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$